Universität Würzburg
Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik
Fakultät für Physik und Astronomie

Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der ersten Staatsprüfung für ein Lehramt an Gymnasien/Realschulen

Spektralanalyse turbulenter Strömungen im Schülerwindkanal

Eingereicht von
Spanheimer, Fabian Horst

im
Oktober / 2023

Gutachter: Dr. S. Lück

Inhalt

0 Einleitung 5

0.1 Vorwort 5

0.2 Aufbau der Arbeit und Forschungsfragen 5

1 Die Physikalischen Grundlagen 6

1.1 Luft als Fluid 6

1.2 Eindimensionale Stromfadentheorie und die Bernoullie Gleichung 10

1.3 Das Prandtl Rohr und die Strömungsgeschwindigkeit 14

1.4 Das Kingsche Gesetz und das Hitzdrahtanemometer 17

1.5 Die Navier-Stokes-Gleichung und die Reynoldszahl 19

1.6 Der Turbulenzgrad 22

1.7 Die Reynolds-Gleichungen 23

1.8 Die Energiekaskade und Kolmogorov Hypothese 26

1.9 Die Spektralanalyse 28

2 Experimenteller Teil 31

2.1 Aufbau und Durchführung 31

2.2 Beispieldurchführung für einen dünnen Stab und Tischtennisball 33

3 Didaktischer Teil 37

3.1 Legitimation anhand des Lehrplans 37

3.2 Entscheidungen zum Design der Messsoftware 40

4 Literaturverzeichnis 49

A Erklärung nach §29 LPO-I 51

B Anhang 53

B.1 Anleitung zur Aufnahme eines Leistungsspektrums mittels des Hitzdrahtanemometers im Schülerwindkanal 53

B.2 Messgerät in LabVIEW 2020 mit Blockdiagramm 57

0 Einleitung

0.1 Vorwort

Im Verlauf der Arbeit wird mehrfach von Schülern, Lehrern oder Betreuern gesprochen. Dabei sind diese Begriffe nicht als geschlechtsspezifisch zu verstehen, sondern schließen beide Geschlechter mit ein. Sie dienen einzig der Lesbarkeit der Hausarbeit.

0.2 Aufbau der Arbeit und Forschungsfragen

Seit 2010 hat die Physik Didaktik Sammlung der Universität Würzburg einen Schülerwindkanal. Dieser wurde damals von Uwe Lachmann, in Zusammenarbeit mit der Wissenschaftlichen Werkstatt der Universität Würzburg, als Teil seiner schriftlichen Hausarbeit für die Zulassung zum Ersten Staatsexamen erbaut (Lachmann S. 1). Im Jahr 2014 wurde als Teil der Hausarbeit für die Zulassung zum Ersten Staatsexamen von Nicolas Betzel der für die Strömungsmessung vorhandene Drucksensor um ein Hitzdrahtanemometer ergänzt. Dieses wurde von ihm in Zusammenarbeit mit der Wissenschaftlichen Werkstatt der Universität Würzburg erbaut (Betzel S. 1). Seitdem wurde der Schülerwindkanal nicht mehr weiterentwickelt. Im Gegenteil sind Teile des Windkanals und seiner Messtechnik und Software im Lauf der Jahre kaputt oder verloren gegangen.

Ziel dieser Arbeit ist es den Schülerwindkanal und das zugehörige Hitzdrahtanemometer auf ihre Einsatzfähigkeit zu prüfen, im Falle eines Defekts mit Hilfe der Wissenschaftlichen Werkstatt der Universität die Einsatzfähigkeit wieder herzustellen und mit einer schülerfreundlichen Messsoftware zur Kalibrierung des Anemometers und Ermittlung von Turbulenzgrad, Reynoldszahl und Energie- beziehungsweise Leistungsspektrum einer Strömung im Windkanal zu versehen. Zusätzlich soll für diese Software auch eine Anleitung bereitgestellt werden.

Die Hausarbeit ist dabei in drei Teile gegliedert. Der erste Teil befasst sich mit den theoretischen Grundlagen, die zum Verständnis dieser Arbeit notwendig sind. Hierbei werden einige Sachverhalte nur auf das Nötigste reduziert dargestellt. So wird weder auf den genauen Aufbau noch die genaue Funktionsweise vom Schülerwindkanal und verwendeten Konstant-Strom-Hitzdrahtanemometer eingegangen, da zum Verständnis der Hausarbeit grundlegende Informationen zu diesen vollkommen ausreichen sind. Für weitererreichende Informationen bezüglich der einzelnen Teilbereiche der Strömungsmechanik verweise ich interessierte Leser auf die bei den Themen angegebene Literatur. Für Informationen zum genauen Aufbau und die sich daraus im Detail ergebende Funktionsweise des Windkanals und des Anemometers

verweise ich auf die jeweilige Hausarbeit von Uwe Lachmann und Nicolas Betzel welche auf der Webseite der Physik Didaktik der Universität Würzburg eingesehen werden können.
Im zweiten Teil werden einige Spektren für verschiedene Strömungen mittels der in LabView und CASSY Lab 2 erstellten Messprogramme aufgenommen und ausgewertet werden. Diese sollen dabei als Beispielmessungen dienen sowie die Einsatzmöglichkeiten von Hard- und Software testen.
Im dritten und letzten Teil soll diese Arbeit von der didaktischen Perspektive beleuchtet werden. Dabei sollen Entscheidungen, die beim Erstellen der Messsoftware getroffen wurden, erklärt werden und die Einsatzmöglichkeiten des Schülerwindkanals, insbesondere der Messsoftware, anhand des LehrplanPLUS gerechtfertigt werden.

1 Die Physikalischen Grundlagen

1.1 Luft als Fluid

Flüssigkeiten und Gase verfügen über keine eigene Form, sondern füllen einen Raum mit ihren Volumen. Die einzelnen Teilchen der Stoffe verfügen über eine Nah- aber keine Fernordnung, sind gegeneinander verschiebbar und das von ihnen eingenommene Volumen kann durch äußere Kräfte komprimiert werden. Dabei haben bei normalen Drücken und Temperaturen Gase eine wesentlich geringere Dichte als Flüssigkeiten und der Abstand zwischen einzelnen Teilchen in einem Gas ist wesentlich größer als deren Durchmesser. Im vereinfachten Fall des Idealen Gases können alle Kräfte zwischen den Teilchen, so wie ihre Ausdehnung vernachlässigt werden und die Makroskopischen Eigenschaften ergeben sich aus der statistischen Mechanik. (Meschede, 2015 S. 100)
In dieser Arbeit wird Luft als inkompressibles Fluid betrachtet, dass dies gerechtfertigt ist zeigt sich im Folgenden nach (Sigloch, 2022 S. 4-9, 24f). Fluide sind Flüssigkeiten, Dämpfe und Gase oder allgemeiner alle nichtfesten Kontinua auf welche die Gesetze der Fluidmechanik anwendbar sind. Hierbei ist für Gase, unter den betrachteten Bedingungen auch Luft, zu beachten, dass diese nicht immer als Kontinuum betrachtet werden können. Damit ein Gas als Kontinuum gilt muss seine Knudsen-Zahl, das Verhältnis der mittleren freien Weglänge der Teilchen zu der charakteristischen Länge des durch- oder umströmten Körpers, viel kleiner als 1 sein. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, muss das Gas als eine Sammlung einzelner diskreter Teilchen betrachtet werden. Im Normalzustand von 1 bar und 0 °C hat Luft in etwa $2{,}7 \cdot 10^{16}$ Teilchen pro Kubikmillimeter, was zu einer mittleren freien Weglänge im Nanometerbereich führt. Entsprechend ist anzunehmen, dass unter Raumbedingungen die

Betrachtung von Luft im Windkanal als Fluid gerechtfertigt ist. Für die weitere Unterscheidung zwischen kompressiblen und inkompressiblen Fluid gilt, dass kompressible Fluide massebständig, aber nicht volumenbeständig, inkompressible Fluide hingegen massebständig und annährend Volumenbeständig sind. Für gewöhnlich sind dabei Flüssigkeiten inkompressibel und Gase kompressibel, aber unter bestimmten Bedingungen können Gase annährend Volumenbeständig sein. Wie Zusammendrückbar ein Fluid ist beschreibt dabei die analog zum Hookschen Gesetz bei Festkörpern definierte Kompressibilität K beziehungsweise das Kompressionsmodul E.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{-\Delta p}{E} \quad (1.1)$$

Hierbei ist ΔV die Volumenänderung zwischen den Endvolumen V und Anfangsvolumen V_0 welche durch die Änderung des auf das Fluid ausgeübten Drucks Δp (mit Anfangsdruck p_0 und Enddruck p) hervorgerufen wird.

$$\Delta V = V - V_0 \quad (1.2)$$

$$\Delta p = p - p_0 \quad (1.3)$$

Das negative Vorzeichen ist dadurch zu erklären, dass eine Erhöhung des Drucks zu einer Abnahme des Volumens führt. Löst man (1.1) nach der Kompressibilität K welche als der Kehrwert vom Kompressionsmodul E definiert ist auf erhält man:

$$K = \frac{1}{E} = -\frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta p} \quad (1.4)$$

Und aus (1.3) wird ersichtlich, dass je kleiner der Wert für das Kompressionsmodul ist desto elastischer ist ein Fluid. Für kleine Volumenänderungen kann die Temperatur des Fluids in guter Näherung als konstant angenommen werden und es gilt das Boyle-Mariotte Gesetz.

$$V \cdot p = const. \quad (1.5)$$

Also gilt für den Anfangs- und Endzustand des Fluids

$$V \cdot p = V_0 \cdot p_0 \quad (1.6)$$

Aus (1.6), (1.2) und (1.3) ergibt sich zusammen mit der Annahme, dass das Produkt aus Δp und ΔV, aufgrund der kleinen Änderung in beiden, vernachlässigbar klein ist:

$$-\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\Delta V}{V_0} \quad (1.7)$$

Vergleicht man die Gleichungen (1.1) und (1.7) so wird ersichtlich, dass in guter Näherung gilt

$$E = p_0 \quad (1.8)$$

Was Luft bei normalen Bedingungen kompressibel macht. Für Luftströmungen kann analog vorgegangen werden. Hier betrachtet man den Massenerhaltungssatz

$$m = m_0$$

$$V \cdot \rho = V_0 \cdot \rho_0 \quad (1.9)$$

mit m_0 als Masse und ρ_0 als Dichte am Anfang so wie m als Masse und ρ als Dichte am Ende der Strömung. Durch Einsetzen der Differenzen ΔV und $\Delta\rho$ für Volumen und Dichte in (1.9) ergibt sich dann für kleine Änderungen, bei denen das Produkt von ΔV und $\Delta\rho$ vernachlässigt werden kann, analog:

$$-\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{\Delta V}{V_0} \quad (1.10)$$

Ein Einsetzen von Gleichung (1.7) und (1.8) in Gleichung (1.10) führt dann zu dem Ergebnis:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} \cdot E = \Delta p \quad (1.11)$$

Ist $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ also sehr viel kleiner als 1 so ist die Strömung in guter Näherung inkompressibel. Wie sich im Weiteren zeigen wird hängt die Größe dieses Quotienten vom Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeit c zur Schallgeschwindigkeit a des Mediums ab. Hierfür wird verwendet das bei einer Strömung Δp der Staudruck q aus der Bernoullie Gleichung, welche noch in 1.2 Druckmessung hergeleitet wird, ist. Es gilt:

$$q = \rho_0 \cdot \frac{c^2}{2} \quad (1.12)$$

Bevor die Laplace-Beziehung für die Schallgeschwindigkeit genutzt werden kann, muss diese aber noch hergeleitet werden. Dafür wird die Schallgeschwindigkeit näher betrachtet. Die Schallgeschwindigkeit beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich kleine Druckstörungen und die damit verbundenen Dichteänderungen in einem Medium verbreiten. Grundgedanke dabei ist, dass ein masse- und reibungsfreier Kolben in einer Zeit dt ein Volumenelement dV mit einer Kraft dF um eine Strecke dx entlang einer Röhre mit konstanten Querschnitt A verschiebt. Das Volumenelement nehme dabei den gesamten Querschnitt der Röhre ein. Dadurch wird eine Druckerhöhung dp und Dichteänderung $d\rho$ erzeugt welche sich mit der Schallgeschwindigkeit a fortpflanzen. Hierbei sei ds die von der Strömung in der Zeit dt zurückgelegte Strecke, also:

$$a = \frac{ds}{dt} \quad (1.13)$$

Und für die Fluidbeschleunigung a_B gilt:

$$a_B = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dx}{dt^2} \quad (1.14)$$

Mit dem Newtonschen Grundgesetz und der Annahme das die zweimal stetige Differenzierbarkeit gegeben ist gilt:

$$dF = dm \cdot \frac{dx}{dt^2} \quad (1.15)$$

Für die Druckerhöhung gilt dabei:

$$dp = \frac{dF}{A} \quad (1.16)$$

Und die Masse auf, die der Kolben einwirkt, ergibt sich mit der Dichte der Fluids ρ und der Dicke des bewegten Volumenelements ds zu:

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot A \cdot ds \quad (1.17)$$

Unter Einsetzen der Gleichungen (1.17), (1.16) und (1.13) in (1.14) und ein paar Termumformungen erhält man:

$$A \cdot dp = \rho \cdot A \cdot ds \cdot \frac{dx}{dt^2}$$

$$dp = \rho \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \cdot \frac{dx}{ds}$$

$$dp = \rho \cdot a^2 \cdot \frac{dx}{ds} \quad (1.18)$$

Wobei der Ausdruck $\frac{dx}{ds}$ durch Ergänzung mit $\frac{ds}{ds}$ und anschließende Umformungen kommt. Die sich im Fluid ausbreitende Longitudinalwelle ändert nichts daran das im Fluid als Ganzes weiterhin die Massenerhaltung wie in (1.9) gilt. Dabei ist vor der Druckänderung

$$dm = dV \cdot \rho \quad (1.19)$$

und nach der Druckänderung

$$dm = (dV - d(dV)) \cdot (\rho + d\rho) (1.20)$$

Wenn man nun die Gleichungen (1.19) und (1.20) gleichsetzt und dabei verwendet, dass das Glied $d\rho \cdot d(dV)$ aufgrund seiner höheren Ordnung klein gegenüber den anderen Gliedern der resultierenden Gleichung ist und entsprechend vernachlässigt werden kann, erhält man

$$\frac{d(dV)}{dV} = \frac{d\rho}{\rho} \quad (1.21)$$

Aus der Definition von dV vom Anfang kann noch Gleichungen für dV und $d(dV)$ entnommen werden.

$$d(dV) = A \cdot d(ds) = A \cdot dx \quad (1.22)$$

Werden (A.1.10) und (A.1.11) dann in (A.1.9) eingesetzt ergibt sich mit kürzen:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{d\rho}{\rho} \quad (1.23)$$

Der so erhaltene Ausdruck (1.23) kann dann in (1.18) eingesetzt werden, um die Laplacesche Gleichung zu erhalten.

$$dp = a^2 \cdot d\rho \quad (1.24)$$

Wird jetzt noch (1.11) in (A.1.24) eingesetzt und die resultierende Gleichung gekürzt und dann nach a^2 aufgelöst so ergibt sich die Laplace-Beziehung für die Schallgeschwindigkeit.

$$a^2 = \frac{E}{\rho_0} \quad (1.25)$$

Unter Einsetzen von Gleichungen (1.12) und (1.25) in Gleichung (1.11) erhält man dann:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{q}{E} = \rho_0 \cdot \frac{c^2}{2 \cdot E} = 0{,}5 \cdot \left(\frac{c}{a}\right)^2 \quad (1.26)$$

Mit der Schallgeschwindigkeit von Luft $a \approx 340\frac{m}{s}$ ist der Quotient $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ noch bei $c = 100\frac{m}{s}$ kleiner als 5%, bei der Höchstgeschwindigkeit von ungefähr $20\frac{m}{s}$ des Schülerwindkanals ist der Quotient sogar unter 2‰. Entsprechend ist die Annahme, dass die Luftströmung im verwendeten Windkanal inkompressibel ist, gerechtfertigt.

1.2 Eindimensionale Stromfadentheorie und die Bernoullie Gleichung

Für die in 1.3 kommende Erklärung der Funktion des Prandtl Rohrs beziehungsweise der Prandtl Sonde wird die Beroullie Gleichung benötigt. Im Folgenden wird entsprechend (Oertel, et al., 2011 S. 68-80) das Stromfadenmodel erklärt und aus diesem dann die Bernoullie Gleichung hergeleitet.

Bei der Beschreibung durch die vereinfachte eindimensionale Stromfadentheorie handelt es sich um eine kinematische Betrachtung. Es wird also nur die Bewegung des Fluids betrachtet und nicht die Kräfte, welche die Bewegungen im Fluid sowie deren Änderungen hervorrufen. Die momentane Position eines Teilchens zum Zeitpunkt t wir dabei über dessen Ortsvektor $\vec{x}$(t) beschrieben. Über diesem kann mittels Startposition $\overrightarrow{x_0}$ und der Zeit t die Teilchenbahn beschrieben werden:

$$\vec{x} = \vec{f}(\overrightarrow{x_0}, t) \quad (2.1)$$

Aus dieser ergibt sich durch die Differentialgleichung für das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}$ zu:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}(\vec{x}, t) \quad (2.2)$$

Dabei seien x, y, z die Komponenten des Ortsvektors und u, v, w die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors des Teilchens, so das gilt:

$$\frac{dx}{dt} = v(x, y, z, t)\,, \qquad \frac{dy}{dt} = u(x, y, z, t)\,, \qquad \frac{dz}{dt} = w(x, y, z, t) \quad (2.3)$$

Stromlinien hingegen beschreiben nicht die zwingend die Bahn, auf der sich ein einzelnes Teilchen in der Strömung bewegt. Sie sind Kurven, für welche die Richtung ihrer Tangenten parallel zur Richtung des Geschwindigkeitsvektors ist. Aus dieser Definition und Gleichung (2.3) kann das Differentialgleichungssystem erster Ordnung für die Stromlinien mit Hilfe des Vektorprodukts bestimmt werden.

$$\vec{v} \times d\vec{x} = 0$$

$$\begin{pmatrix} v \cdot dz - w \cdot dy \\ w \cdot dx - u \cdot dz \\ u \cdot dy - v \cdot dx \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{dz}{dy} = \frac{w(x,y,z,t)}{v(x,y,z,t)}, \qquad \frac{dz}{dx} = \frac{w(x,y,z,t)}{u(x,y,z,t)}, \qquad \frac{dx}{dy} = \frac{v(x,y,z,t)}{u(x,y,z,t)} \quad (2.4)$$

Und aus diesen wiederum können mittels Integration mit Hilfe der Methode Trennung der Variablen die Stromlinien selbst berechnet werden.

Eine Streichlinie wiederum wird zu einem Zeitpunkt t_n aufgenommen und ist die Verbindunglinie der Positionen von allen Teilchen die innerhalb des Zeitintervalls $[t_0, t_n]$ den Ort $\vec{x}_0$ durchschritten haben. Für ihre Gleichung $\vec{x}$ gilt:

$$\vec{x} = \vec{f}(\overrightarrow{x_0}, t_0, t) \quad (2.5)$$

Im Fall einer stationären Strömung fällt die Zeitabhängigkeit des Geschwindigkeitsfelds (2.2) weg und die Teilchenbahnen, Stromlinien und Streichlinien fallen zusammen. Im Fall einer instationären Strömung unterscheidet sich die Teilchenbahnen, Strom- und Streichlinien. Dies hat erschwerend zur Folge, dass sich diese mit dem Beobachter verändern. So sieht im Fall einer durch ein ruhendes Fluid bewegten Kugel ein ruhender Beobachter ein anderes Bild für die Stromlinien als ein sich mit der Kugel mitbewegender Beobachter. Siehe Abb. 2.1.

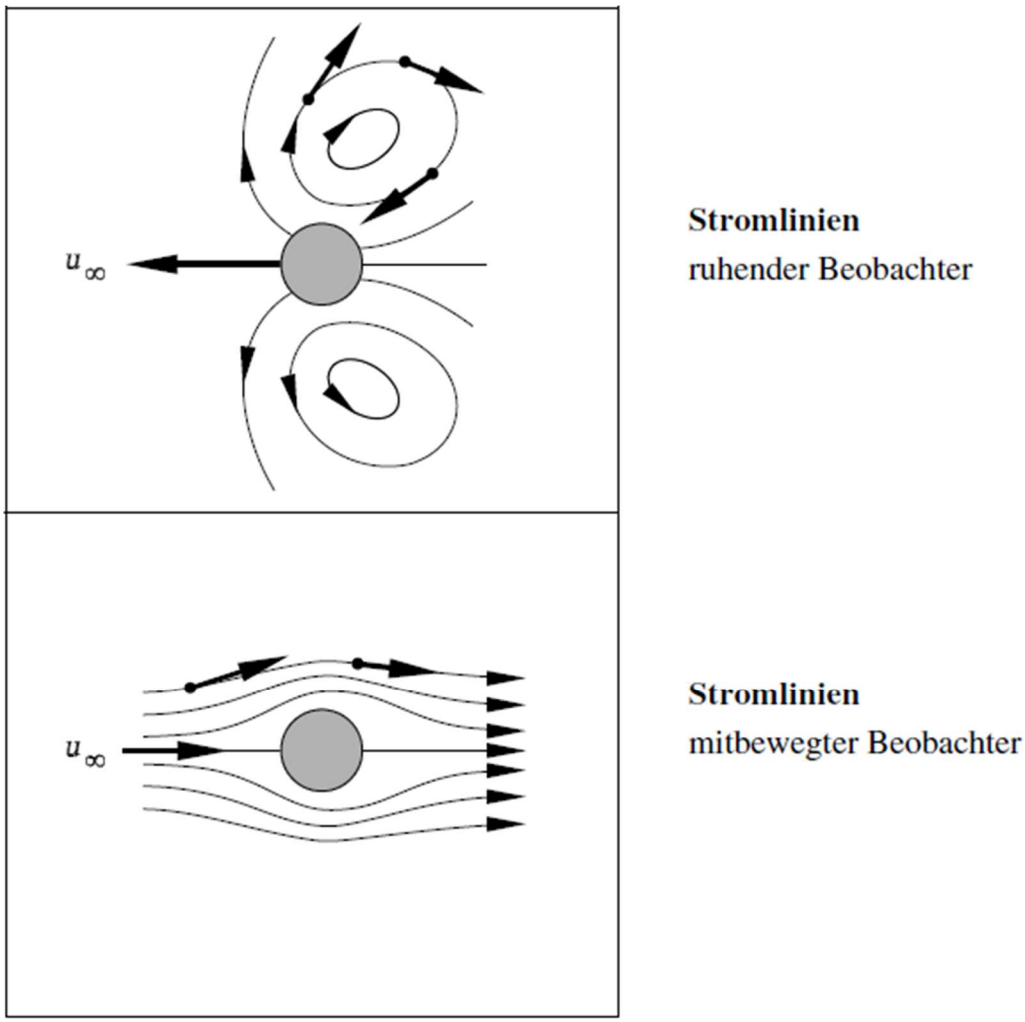


Abb. 1: Stromlinienvergleich ruhender zu mitbewegter Beobachter (Oertel, et al., 2011 S. 72)

Daraus resultieren zwei gängige Betrachtungsweisen für die mathematische Beschreibung des Strömungsbilds, die Eulersche Betrachtungsweise und die Lagrangesche Betrachtungsweise. In der Eulerschen Betrachtungsweise geht man von einem ruhenden, also ortsfesten Beobachter und in der Lagrangeschen Betrachtungsweise von einem mit dem Fluid oder einem Teilchen mitbewegten Beobachter aus. Im Weiteren wird nur die Eulersche Betrachtungsweise berücksichtigt, da die für die Messungen im Schülerwindkanal verwendeten Sonden während der Messung ortsfest sind.

Betrachtet wird die Beschleunigung $\vec{b}$ der Strömung als das totale Differential des Geschwindigkeitsvektors $\vec{v}$, wobei die Komponenten x, y, z für den Orts und u, v, w entsprechend der Voraussetzungen von (2.3) gewählt werden. Da die anderen Komponenten sich analog ergeben wird nur die u-Komponente des Geschwindigkeitsvektors explizit betrachtet:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot dz$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.6)$$

Analog zu Gleichung (2.6) sind alle Komponenten von $\vec{b}$ und damit auch $\vec{b}$ selbst bestimmt. Mit Hilfe des Nabla-Operators ∇ lässt sich $\vec{b}$ schreiben als:

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{pmatrix} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} \quad (2.7)$$

Damit sind nun alle Voraussetzungen gegeben, um die Bernoullie Gleichung herzuleiten. Dazu wird ein Stromfaden betrachtet. Ein Stromfaden ist wie eine Stromröhre eine imaginäre Röhre mit dem Querschnitt A in einem Fluid dessen Mantel von Stromlinien gebildet wird, zusätzlich sind bei einem Stromfaden die Änderungen der Strömungsgrößen entlang des Querschnitts klein gegenüber den Änderungen entlang seiner Ausdehnung längs des Stromfadens. Entsprechend lässt sich die Betrachtung des Stromfadens in guter Näherung auf den eindimensionalen Fall längs des Stromfadens vereinfachen, was zur eindimensionalen Stromfadentheorie führt. Für eine inkompressible Strömung gilt für den Massenstrom $\dot{m}$, beziehungsweise Volumenstrom $\dot{V}$, mit der Dichte ρ und Strömungsgeschwindigkeit c des Fluids, durch den Stromfaden die Masseerhaltung.

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \rho \cdot c \cdot A = const. \quad (2.8)$$

Weiter wird nun die Strömung als reibungsfrei angenommen und die Kräftebilanz unter Verwendung von Gleichung (2.7) im eindimensionalen Fall betrachtet.

$$m \cdot b = \rho \cdot dA \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial c}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial c}{\partial s}\right) = \sum_i F_i \quad (2.9)$$

Hierbei sind die an einem Volumenelement dV angreifenden Kräfte die Gravitationskraft und die Druckkräfte an Anfang und Ende des Volumenelements. Die Kräfte ergeben sich dabei mit dem Druck p und der Gravitationskonstante g entsprechend Abb. 2 und können in die Gleichung (2.9) eingefügt werden.

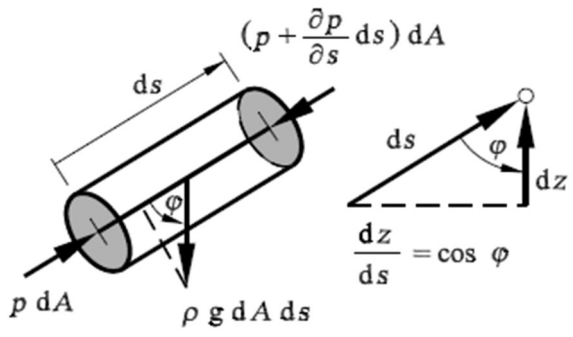


Abb. 2 Kräftebilanz (Oertel, et al., 2011 S. 79)

$$\rho \cdot dA \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial c}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial c}{\partial s}\right) = p \cdot dA - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} \cdot ds\right) \cdot dA - \rho \cdot g \cdot dA \cdot dz$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial c}{\partial s}\right) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} - g \cdot \frac{dz}{ds} \quad (2.10)$$

Im Fall einer stationären Strömung sind alle Größen die Funktionen von der Zeit t sind vom Ort s abhängige Größen und Gleichung (2.10) ergibt sich zu:

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{c^2}{2}\right) == -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{ds} - g \cdot \frac{dz}{ds} \quad (2.11)$$

Draus ergibt sich durch Integration entlang von des Stromfadens die Bernoullie Gleichung für inkompressible stationäre reibungsfreie Strömungen.

$$\frac{{c_1}^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{{c_2}^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 = const. \quad (2.12)$$

Hierbei beschreiben die Größen mit den Indizes 1 die Größen im Startpunkt und die mit den Indizes 2 die Größen im Endpunkt des Bereichs über den integriert wird.

1.3 Das Prandtl Rohr und die Strömungsgeschwindigkeit

Zur Kalibrierung des Hitzdrahtanemometers wird eine Prandtl Sonde verwendet, die Erklärung was ein Prandtl Rohr ist und wie mit diesem die Strömungsgeschwindigkeit eins Fluids bestimmt werden kann erfolgt primär nach (Oertel, et al., 2011 S. 81-84) mit Ergänzungen aus (Böckh, et al., 2015 S. 413-417) und (Meschede, 2015 S. 101-105).

Beim Prandtlschen Staurohr, auch Prandtl Rohr genannt, handelt es sich um die Kombination aus einer statischen Sonde und einem Pitot-Rohr. Dabei wird mit dem Pitot-Rohr der Gesamtdruck und mit der statischen Sonde der statische Druck gemessen um so deren Differenz, den dynamischen Druck, bestimmen zu können. Diese Druckbegriffe folgen direkt

aus der Bernoullie Gleichung in der Dimension Energie pro Volumen, diese entspricht Gleichung (2.12) multipliziert mit der Dichte ρ.

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 + \rho \cdot g \cdot z = const. \quad (3.1)$$

$$p_{stat} = p \quad (3.2)$$

$$p_{dyn} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \quad (3.3)$$

Der dynamische Druck p_{dyn} ist dabei ein Maß für die kinetische Energie pro Volumen eines Volumenelements des Fluids welches sich mit der Geschwindigkeit c bewegt. Der statische Druck p_{stat} hingegen wirkt von allen Richtungen auf alle sich im Fluid befindlichen Körper. Er ist der Druck, den eine sich mit dem Fluid mitbewegende Sonde gemessen wird. Dynamischer, statischer und Gesamtdruck sind in Abb. 3 grafisch dargestellt.

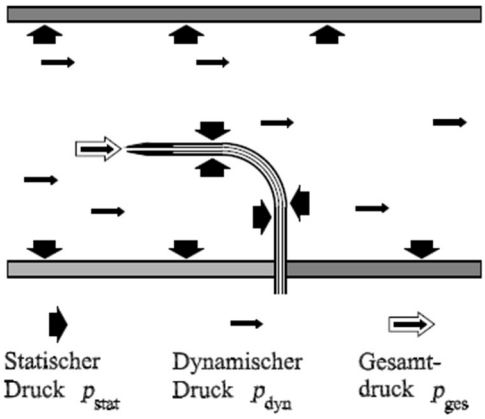


Abb. 3 Druckbegriffe (Oertel, et al., 2011 S. 83)

Der statische Druck kann mit Hilfe einer Wandbohrung gemessen werden. Diese muss dabei nicht in der Wand der durchströmten Röhre sein, sondern kann auch in der Wand einer in die Strömung angebrachten Sonde gebohrt sein. Wichtig ist dabei, dass das Loch senkrecht zur Strömungsrichtung gebohrt ist. In dieser Bohrung ruht das Fluid und es folgt für den dynamischen Druck $p_{dyn} = 0$. Dadurch ist der in der Bohrung gemessene Gesamtdruck gleich dem statischen Druck. Das Pitot-Rohr zur Messung des Gesamtdrucks besteht aus einer Sonde mit einer Bohrung parallel zur Strömungsrichtung, welche in das Fluid eingebracht wird. Daraufhin füllt sich das Rohr mit Luft und der Druck im Rohr steigt bis dieser den Gesamtdruck kompensiert. Wenn sich dieses Gleichgewicht mit einem Staupunkt beim Eintrittspunkt in das Rohr einstellt, ist der Druck im Pitot-Rohr gleich dem Gesamtdruck. Der Druck in der Bohrung und im Pitot-Rohr kann dann mit einem Manometer wie dem U-Rohr Manometer oder mit einem Kraftsensor gemessen werden.

Beim U-Rohr Manometer wird das sich einstellende Kräftegleichgewicht in dem mit einer Flüssigkeit gefüllten U-Rohr zur Bestimmung des Drucks genutzt. Die Bestimmung des Drucks wird hier nur für die Wandbohrung durchgeführt, funktioniert für das Pitot-Rohr allerdings analog. Sei entsprechend Abb.4 ρ_L die Dichte des betrachteten Fluids, ρ_F die Dichte der Flüssigkeit im Manometer, g die lokale Gravitationskonstante, h der Abstand der Bohrung zur

Füllhöhe des Manometers auf der Fluidseite, Δh der sich einstellende Unterschied in der Füllhöhe zwischen den Schenkeln des Manometers und p_{ref} der Referenzdruck auf der nicht Fluidseite des Manometers. Im Gleichgewicht gilt:

$$p_{stat} + \rho_L \cdot g \cdot h = p_{ref} + \rho_F \cdot g \cdot \Delta h$$

$$p_{stat} = p_{ref} + \rho_F \cdot g \cdot \Delta h \quad (3.4)$$

Wobei $-\rho_L \cdot g \cdot h$ weggelassen wird da es meist sehr klein gegenüber $\rho_F \cdot g \cdot \Delta h$ ist.

Beim Kraftsensor wird die Definition des Drucks über die auf eine Fläche A wirkende Kraft F verwendet, wobei die Kraft gemessen wird und die Fläche aus den Abmessungen des Sensors bekannt ist.

$$p = \frac{F}{A} \quad (3.5)$$

Ist der dynamische Druck bekannt, so ergibt sich aus dessen Definition die Geschwindigeit des Fluids. Durch Auflösen nach von Gleichung (3.3) nach c erhält man:

$$c = \sqrt[2]{\frac{2 \cdot p_{dyn}}{\rho}} \quad (3.6)$$

Hierbei ist zu beachten, dass Luft nicht ausschließlich aus trockener Luft besteht, sondern, je nach Witterung, zusätzlich einen nicht unbedeutenden Wasserdampfanteil hat. Weiter ist die Dichte von einem Gas von dem auf das Gas wirkenden Druck abhängig. Entsprechend muss noch die Dichte für feuchte Luft ρ_{fl} bestimmt werden. Hierfür wird davon ausgegangen, dass sich die feuchte Luft aus trockener Luft und Wasserdampf zusammensetzt. Die verwendeten Größen für trockene Luft, feuchte Luft und Wasserdampf werden dabei im Folgenden mit den Indizes L für trockene Luft, Fl für feuchte Luft und D für Wasserdampf gekennzeichnet.

Nach dem Gesetz von Dalton verhalten sich die einen Raum einnehmenden einzelnen Komponenten eines Gasgemischs so als ob sie den Raum allein einnehmen würden. Dem entsprechend ist der Gesamtdruck p die Summe der durch die einzelnen Komponenten erzeugten Partialdrücke p_i. Der Dampfanteil der Luft wird mit der Luftfeuchtigkeit bemessen, wobei zwischen der relativen Luftfeuchtigkeit φ und der absoluten Luftfeuchtigkeit x zu unterscheiden ist. Die relative Luftfeuchtigkeit gibt das Verhältnis vom Partialdruck des Dampfes p_D zum Sättigungsdruck p_{Ds} an. Der Sättigungsdruck ist der Wert für den Partialdruck des Dampfes, bei dem die feuchte Luft keinen weiteren Wasserdampf mehr aufnehmen kann.

$$\varphi = \frac{p_D}{p_{Ds}} \leq 1 \quad (3.7)$$

Die absolute Luftfeuchtigkeit betrachtet hingegen die Masse m der Gase. Sie ist das Verhältnis der Masse des Wasserdampfs zu Masse der trockenen Luft.

$$x = \frac{m_D}{m_L} \quad (3.8)$$

Für die Herleitung der Dichte von feuchter Luft wird weiter die Zustandsgleichung idealer Gase benötigt. Laut dieser gilt für ein ideales Gas mit der Masse m, welches bei der Temperatur T unter dem Druck p ein Volumen V einnimmt:

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \quad (3.9)$$

Wobei R_i die für das Gas individuelle Gaskonstante ist, mit der die Zustandsgleichung idealer Gase über die Masse des Gases anstelle der Teilchenzahl im Gas betrachtet werden. Aus dieser ergibt sich für die Masse der trockenen Luft und die Masse des Wasserdampfs:

$$m_D = \frac{p_D \cdot V}{R_D \cdot T}, \qquad m_L = \frac{p_L \cdot V}{R_L \cdot T} \quad (3.10)$$

Für die Gesamtmasse der feuchten Luft gilt unter Verwendung der Gleichung (3.8):

$$m_{Fl} = m_L + m_D = (1 + x) \cdot m_L \quad (3.11)$$

Woraus sich durch Einsetzen der Gleichungen (3.10) und (3.7) und auflösen nach der absoluten Feuchtigkeit eine neue Gleichung für diese ergibt.

$$x = \frac{\varphi \cdot p_{Ds}}{(p_L + p_D) - \varphi \cdot p_{Ds}} \cdot \frac{R_L}{R_D} = \frac{\varphi \cdot p_{Ds}}{(p_L + p_D) - \varphi \cdot p_{Ds}} \cdot 0{,}622 \quad (3.12)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (3.9), (3.11) und (3.12) kann nun die Dichte feuchter Luft aus deren Definition bestimmt werden. Es gilt:

$$\rho_{Fl} = \frac{(1 + x) \cdot m_L}{V} = \frac{(1 + x) \cdot p_{Fl}}{(R_L + x \cdot R_D) \cdot T}$$

$$\rho_{Fl} = \frac{1 + \frac{p_{Ds}}{p_{Fl} - p_{Ds}} \cdot 0.622}{0{,}622 \cdot \left(1 + \frac{p_{Ds}}{p_{Fl} - p_{Ds}}\right) \cdot R_D} \cdot \frac{p_{Fl}}{T} \quad (3.13)$$

1.4 Das Kingsche Gesetz und das Hitzdrahtanemometer

Den Zusammenhang zwischen der vom Hitzdrahtanemometer gemessenen Spannung und der Strömungsgeschwindigkeit des Fluids kann, mit einigen Annahmen, grundsätzlich aus den Abmessungen des Sensors sowie den Materialeigenschaften des Sensors und der Strömung ermittelt werden. Für das in dieser Arbeit verwendete Anemometer wurde dies von Nicolas Betzel in seiner Hausarbeit für die Zulassung zum ersten Staatsexamen als Teil, welcher das Anemometer auch gebaut wurde, gemacht. Für den genauen Aufbau des Messgerätes und die Bestimmung des Geschwindigkeitsverlaufs aus dem Spannungsverlauf verweise ich

entsprechend auf seine Hausarbeit (Betzel). Für diese Arbeit ist ausreichend, dass es sich bei dem Messgerät um ein Hitzdrahtanemometer handelt dessen Kalibrierung in der Praxis nach dem Kingschen Gesetz erfolgt. Das Kingsche Gesetz und die Grundlagen zur Kalibrierung des Anemometers werden nach (Durst, 2006 S. 709-715) im Folgenden erklärt. Dabei wird, da ein solches verwendet wird, nur auf das Anemometer mit konstantem Heitzstrom eingegangen, auf Anemometer mit konstanter Heitzspannung wird nicht näher eingegangen.

Der Grundgedanke hinter einem Hitzdrahtanemometer ist das sich der Hitzdraht an der Sonde aufgrund des durch ihn fließenden Strom erwärmt und dieser Erwärmung eine Abkühlung durch das strömende Fluid entgegenwirkt. Die hauptsächliche Wärmeabfuhr erfolgt dabei durch Zwangskonvektion, welche dabei von der Strömungsgeschwindigkeit des Fluids abhängig ist. Eine Änderung dieser Geschwindigkeit führt zu einer Änderung der Temperatur und damit des elektrischen Widerstands des Hitzdrahts, welche wiederum die anliegende Spannung beeinflusst. Diese Spannung kann dann mittels eines Voltmeters gemessen werden. Eine Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit aus der gemessenen Spannung ist oft unpraktisch, da in der Praxis die verschiedenen Einflussgrößen nicht mit hinreichender Genauigkeit bestimmbar sind, diese sich, zum Beispiel durch Ablagerungen am Hitzdraht, ändern können und sich in Drahtnähre komplexe dreidimensionale Strömungen einstellen können. Es gibt aber verschiedene empirisch gewonnene Wärmeübergangsgesetze, welche sich in ihren Gültigkeitsboraussetzungen und Bereichen unterscheiden. Das hier betrachtete Gesetz wurde 1914 von King gefunden. Grundlage dessen ist der Wärmeverlust eines unendlich langen Zylinders, der von der zweidimensionalen Strömung eines reibungsfreien und inkompressiblen Fluid umströmt wird. Die Annahme des unendlich langen Zylinders ist für die verwendete Sonde gerechtfertigt da ihr Hitzdraht lang gegenüber seinem Durchmesser ist. Das die Annahme der inkompressiblen Strömung gerechtfertigt ist wurde in Abschnitt 1.1 gezeigt. Das die Strömung zweidimensional ist kann durch die Geometrie der Sonde gerechtfertigt werden. Der Gültigkeitsbereich des Kingschen Gesetz wird durch die Prandtlzahl Pr, einer Kenngröße für Eigenschaften des Mediums, und die Reynoldszahl Re, eine Kenngröße für die Strömung selbst, eingeschränkt. Damit das Kingsche Gesetz gilt muss das Produkt dieser beiden Zahlen groß gegenüber 1 sein.

$$Pr \cdot Re \gg 1 \quad (4.1)$$

Diese Bedingung lässt sich nochmal vereinfachen da Luft betrachtet wird. Nach dem VDI-Wärmeatlas ist unter den zu erwartenden Messbedingungen die Prandtl Zahl von Wasserdampf ist ungefähr 1 (Ingenieure, et al., 2006 S. 194) und die Prandtl Zahl von trockener Luft ungefähr

0,7 (Ingenieure, et al., 2006 S. 216). Entsprechend reicht in diesem Fall eine Betrachtung der Reynoldszahl aus.

$$Re \gg 1 \quad (4.2)$$

Nach dem Kingschen Gesetz ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Spannung U und der gemessenen Geschwindigkeit v mit den Parametern A, B, C zu:

$$U^2 = A \cdot v^B + C \quad (4.3)$$

Das Hitzdrahtanemometer lässt sich dabei so kalibrieren das im strömungsfreien Fall keine Spannung gemessen wird $U_{ruh} = 0V$, mit dieser Randbedingung lässt sich Gleichung (4.3) nochmal vereinfachen zu:

$$U^2 = A \cdot v^B \quad (4.4)$$

Logarithmiert man Gleichung (4.4) und definiert $y \coloneqq \ln(U^2)$, $\tilde{A} \coloneqq \ln(A)$, $x \coloneqq \ln(v)$ so wird aus Gleichung (4.4)

$$\ln(U^2) = \ln(A) + B \cdot \ln(v)$$

$$y = B \cdot x + \tilde{A} \quad (4.5)$$

Und aus Gleichung (4.5) wird ersichtlich das die Parameter $\tilde{A}$, damit auch A, und B mittels linearer Regression aus mehreren Wertepaaren von U und v bestimmt werden kann.

1.5 Die Navier-Stokes-Gleichung und die Reynoldszahl

Wie in Abschnitt 1.4 gesehen ist die Reynoldszahl eine wichtige Kennzahl für Strömungen. Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Definition der Reynoldszahl und der Navier-Stokes-Gleichung die hilfreich ist, um die Reynoldszahl zu interpretieren. Der folgende Abschnitt ergibt sich nach (Oertel, et al., 2011 S. 93-95) mit Ergänzungen aus (Meschede, 2015 S. 129f). Die kinematische Viskosität ergibt sich nach (Sigloch, 2022 S. 22f).

Für die Herleitung der Navier-Stokes-Gleichung wird ein zylinderförmiges Ringelement aus einem Stromfaden in einer reibungsbehafteten Strömung betrachtet. Dieses habe den Radius r, und die Länge ds, und werde mit der Geschwindigkeit c und Beschleunigung b entlang ds durchströmt. Entsprechend ergibt sich für die Deckfläche dA:

$$dA = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad (5.1)$$

Es wird wieder die Kräftebilanz in Form der Gleichung (2.9) aufgestellt. Hierbei sind die wirkenden Kräfte die Komponente der Schwerkraft parallel zu ds, die Schubspannungen im Fluid und den Druckkräften an den Endflächen des Zylinders. Mit dem Produkt $dm \cdot b$ und den Termen für die einzelnen Kräfte voll ausgeschrieben wird diese Gleichung allerdings sehr lang. Entsprechend wird das ganze hier etwas abgekürzt. Anstatt den Term voll auszuschreiben

werden die Umformungsschritte und getroffenen Annahmen aufgezählt und das Resultat dessen angegeben.

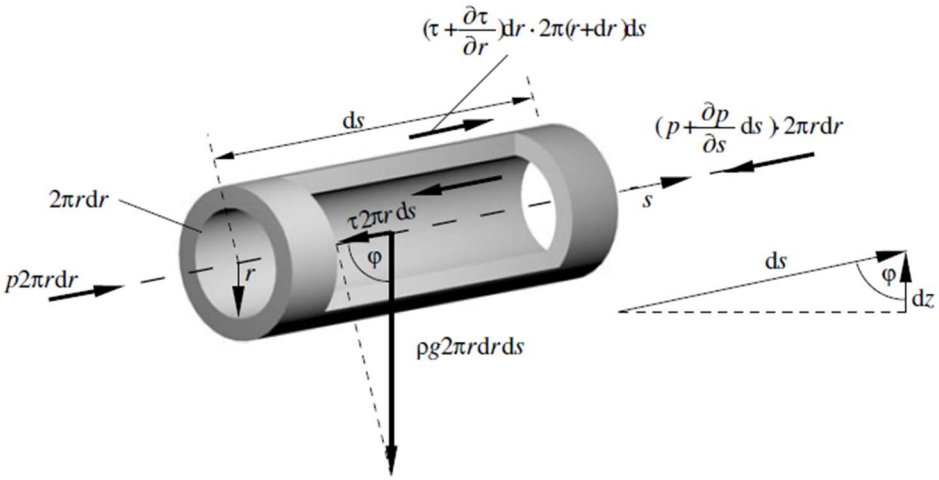


Abb. 4 Kräftebilanz veranschaulicht (Oertel, et al., 2011 S. 93)

In Abb. 4 sind dazu die verschiedenen wirkenden Kräfte in Form eines Vektors mit dem zugehörigen Berechnungsterm dargestellt. Nach einsetzen der einzelnen Terme für die Kräfte wird die klein Winkelnäherung $\cos\varphi = {dz}/{ds}$ und beide Seiten der Gleichung werden durch $dm = 2\cdot\pi\cdot r\cdot dr\cdot ds\cdot\rho$ dividiert. Die Ansätze $\tau = \mu\cdot({\partial c}/{\partial r})$ und $\mu = v\cdot\rho$ liefen dann unter Vernachlässigung der Terme mit $(dr)^2$ die Navier-Stokes-Gleichung in Zylinderkoordinaten.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + c\cdot\frac{\partial c}{\partial s} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial s} + v\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\partial^2 c}{\partial r^2}\right) - g\cdot\frac{dz}{ds} \quad (5.2)$$

Dabei gilt für die hinzugekommenen Größen, dass dz ein Streckenelement parallel zur Gravitationskraft und v die kinematische Viskosität des Fluids ist. Den einzelnen Termen der Navier-Stokes-Gleichung können dabei die folgenden Bedeutungen zugeschrieben werden:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + c\cdot\frac{\partial c}{\partial s} \quad (5.3)$$

$$\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial s} \quad (5.4)$$

$$v\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\partial^2 c}{\partial r^2}\right) \quad (5.5)$$

$$g\cdot\frac{dz}{ds} \quad (5.6)$$

Term (5.3) beschreibt die Trägheitskraft pro Masse in der Strömung, Term (5.4) die Druckkraft pro Masse in der Strömung, Term (5.5) die Reibungskraft pro Masse in der Strömung und Term (5.6) die Schwerkraft pro Masse in der Strömung.

Die Reynolds Zahl Re ist definiert über die charakteristische Länge L, charakteristische Geschwindigkeit C und kinematische Viskosität.

$$Re = \frac{C \cdot L}{v} = \frac{c \cdot \frac{\partial c}{\partial s}}{v \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\partial^2 c}{\partial r^2}\right)} \quad (5.7)$$

Mit den Termen (5.3) und (5.5) aus der Navier-Stokes-Gleichung kann die Reynoldszahl als das Verhältnis von Trägheitskräften zu Reibungskräften gesehen werden. Damit gilt für die im Fluid wirkenden Kräfte, dass bei großen Reynolds Zahlen die Trägheitskräften den Reibungskräften überwiegen und umgekehrt bei kleinen Reynolds Zahlen die Reibungskräfte den Trägheitskräften überwiegen. Überwiegen die Trägheitskräfte wird der Strömungswiederstand im Fluid vom Druckwiederstand, der Erzeugung von Wirbeln, dominiert. Damit ist die Reynoldszahl eine Kennzahl dafür, wie turbulent eine Strömung ist.

Die kinematische Viskosität ist dabei allerdings keine feste Größe. Sie ist über den Quotienten von dynamischer Viskosität μ und der Dichte des Fluids definiert.

$$v = \frac{\mu}{\rho} \quad (5.8)$$

Als Stoffkonstante ist die dynamische Viskosität und damit auch die kinematische Viskosität sowohl vom Druck als auch von der Temperatur abhängig. Grundsätzlich kann die kinematische Viskosität mittels der kinetischen Gastheorie berechnet werden. Es gilt mit der mittleren thermischen Teilchengeschwindigkeit c_m und der mittleren freien Weglänge der Teilchen l_m das:

$$v = 3 \cdot c_m \cdot l_m \quad (5.9)$$

Dabei lässt sich mit Hilfe der Boltzmann-Konstante k_B, der absoluten Temperatur T des Gases und der Teilchenmasse m_T die mittlere Geschwindigkeit berechnen.

$$c_m = \sqrt{30 \cdot \frac{k_{B \cdot T}}{m_T}} \quad (5.10)$$

Mit Gleichung (5.10) wird allerdings ersichtlich, dass dieses Vorgehen für das Gasgemisch Luft zwar grundsätzlich möglich ist, aber sehr umständlich wird. Insbesondere da noch nicht auf die mittlere freie Weglänge der Teilchen und wie sich diese in einem Gasgemisch bestimmt auseinandergesetzt wurde.

Für die Bestimmung der kinematischen Viskosität wird deswegen ein anderes Vorgehen gewählt. Entsprechend der Werte für die kinematische Viskosität von trockener Luft im VDI-Wärmeatlas ändert sich die dynamische Viskosität im zu erwartenden Messbereich von 1 bis 5 bar und 0 bis 50 °C nur geringfügig mit der Temperatur und nur um wenige Promille mit dem Druck (Ingenieure, et al., 2006 S. 212). Entsprechend wird für die dynamische Viskosität die Näherung getroffen, dass diese im beobachteten Messbereich linear von der Temperatur und nicht vom Druck abhängt. Mit den Werten der dynamischen Viskosität welche für das Temperaturintervall von 0°C bis 50 °C bei 1 bar angegeben sind bestimmt sich unter den genannten Annahmen die gennäherte dynamische Viskosität μ_n zu:

$$\mu_n(T_{\circ C}) = (0{,}0484 \cdot T_{\circ C} + 17{,}227) \cdot 10^{-6} \frac{kg}{m \cdot s} \quad (5.11)$$

Hierbei ist zu beachten das $T_{\circ C}$ in °C und nicht Kelvin anzugeben ist.

1.6 Der Turbulenzgrad

Eine weitere Kennzahl für ein strömendes Fluid ist der Turbulenzgrad der Strömung. Die Definition des Turbulenzgrads und seine Bedeutung wird entsprechend (Durst, 2006 S. 724) beschrieben.

Der Turbulenzgrad Tu ist das Verhältnis der mittleren Schwankungsgeschwindigkeit $\bar{c}$ zur mittleren Geschwindigkeit des Fluids $\bar{C}$. Daraus ergibt sich der Turbulenzgrad zu:

$$Tu = \frac{\bar{c}}{\bar{C}} \cdot 100\% \quad (6.1)$$

Die mittlere Schwankungsgeschwindigkeit und die mittlere Geschwindigkeit des Fluids lassen sich dabei aus den Messwerten für die Geschwindigkeit des Fluids c_i bestimmen. Mit n als die Anzahl der aufgenommenen Messwerte ergibt sich:

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \cdot \sum_i c_i \quad (6.2)$$

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_i (\bar{C} - c_i)^2}$$

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_i \left(\left(\frac{1}{n} \cdot \sum_i c_i \right) - c_i \right)^2} \quad (6.3)$$

Mit den Gleichungen (6.2) und (6.3) in die Gleichung (6.1) eingesetzt ergibt sich der Turbulenzgrad dann wie folgt:

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_i \left(\left(\frac{1}{n} \cdot \sum_i c_i \right) - c_i \right)^2}}{\overline{\frac{1}{n} \cdot \sum_\iota c_\iota}} \cdot 100\% \quad (6.4)$$

Entsprechend seiner Definition ist der Turbulenzgrad, wie die Reynoldszahl, ein Maß dafür wie turbulent eine Strömung ist welches aus deren Geschwindigkeit bestimmt wird. Im Gegensatz zur Reynoldszahl sind für die Bestimmung des Turbulenzgrads keine zusätzlichen Informationen zur Geometrie der Strömung oder Fluideigenschaften, dafür aber ist ein Anemometer mit ausreichend hoher zeitlicher Auflösung nötig. Da jegliche Informationen zu der Entstehung der Turbulenz beim Turbulenzgrad nicht berücksichtigt werden eignet sich der Turbulenzgrad nur sehr beschränkt um Vorhersagen zur Strömung, wie sie mit der Reynoldszahl in der Kolmogorov Hypothese gemacht werden, zu machen.

1.7 Die Reynolds-Gleichungen

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie sich die Reynolds Gleichungen aus der Navier-Stokes-Gleichung hergeleitet werden können und warum diese die Verwendung von Turbulenzmodellen nötig machen. Das Folgende ergibt sich dabei nach (Oertel, et al., 2011 S. 213, 220-229). Die Herleitung selbst wird dabei nur für eine Raumrichtung durchgeführt, da das Herleiten der anderen beiden Reynolds Gleichungen analog erfolgt. Diese werden auch nicht explizit angegeben, da der Grund für die Verwendung von Turbulenzmodellen schon an der Reynolds Gleichung für eine Raumrichtung ersichtlich wird.

Für die Herleitung wird angenommen, dass jede der Größen aus einer gemittelten Größe und einer Schwankungsgröße besteht. Die Größen f und g stehen dabei als Platzhalter für beliebige Größen und dienen dazu neue Größen wie $\tilde{f}$, Rechenregeln oder Definitionen allgemein anzugeben. Bevor mit der Herleitung selbst begonnen werden kann, wird noch die Favre-Mittelung eingeführt. Für die Bestimmung der mit der gemittelten Größe $\bar{f}$ gibt es dabei eine Fallunterscheidung. Ist die zeitliche Schwankung f' von f klein so ergibt sich $\bar{f}$ als:

$$\bar{f} = \lim_{T \to \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T f \cdot dt \right) \quad (7.1)$$

Wobei für f' gilt:

$$\lim_{T \to \infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T f' \cdot dt \right) = 0 \quad (7.2)$$

Ist f' nicht klein, die Strömung also turbulent, so ergibt sich $\bar{f}$ als:

$$\bar{f} = \frac{1}{T}\int_0^T f \cdot dt \quad (7.3)$$

Dabei ist auf die Wahl der Zeit über die gemittelt wird T und damit des Intervalls [0, T] zu achten. Denn wird die Zeit zu groß gewählt verschwindet der instationäre verlauf, wird sie zu klein gewählt erhält man nicht die eigentlichen Mittelwerte.

Mit der Favre-Mittelung wird die massengemittelte Größe $\tilde{f}$ eine Größe f eingeführt als:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho \cdot f}}{\bar{\rho}} \quad (7.4)$$

Damit ergibt sich für die betrachteten Größen der Geschwindigkeit u, v, w in die x, y, z Richtung, des Drucks d, der Dichte ρ, der Zeit T, und spezifischen inneren Energie e ihre Darstellung als Summe aus einen gemittelten und einen schwankenden Anteil. Der schwankende Anteil von f wird dabei als f' oder f'' bezeichnet.

$$\rho = \overline{\rho} + \rho', \qquad p = \overline{p} + p', \qquad T = \tilde{T} + T'', \qquad e = \tilde{e} + e''$$

$$u = \tilde{u} + u'', \quad v = \tilde{v} + v'', \quad w = \tilde{w} + w'' \quad (7.5)$$

Da Druck und Dichte direkt mit der Masse zusammen hängen kann sich für diese die Massenmittelung gespart werden. Dabei ergibt sich aus den Gleichungen (7.1), (7.2), (7.3), (7.4) und (7.5) das für die in (7.5) betrachteten Größen gilt:

$$\overline{\rho \cdot f''} = 0\ , \qquad \overline{\frac{\partial f}{\partial s}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial s}\ , \qquad \overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g}\ , \qquad \overline{\rho' \cdot \tilde{f}} = 0 \quad (7.6)$$

Die Reynolds-Gleichungen erhält man aus der Navier-Stokes-Gleichung, hierzu wird diese zeitlich gemittelt. Dabei wird hier nicht die zuvor als Gleichung (5.2) in Zylinderkoordinaten hergeleitete Form, sondern ihre Form in kartesischen Koordinaten verwendet. Die zeitlich gemittelte Navier-Stokes-Gleichung für die x-Richtung lautet in kartesischen Koordinaten:

$$\overline{\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z}} = \overline{k_x + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}} \quad (7.7)$$

Dabei ist k_x die auf die Massen in einem Volumen wirkende Volumenkraft, τ_{ij} die j-Komponente Normalspannung in i-Richtung im Fluid und σ_{xx} die x-Komponente aus der Differenz von der Normalspannung in x-Richtung und dem Druck ist. Es gilt dabei mit der turbulenten Viskosität μ und dem Geschwindigkeitsvektor $\vec{c}$ dessen Komponenten u, v, w sind:

$$\sigma_{xx} = \mu \cdot \left(2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \cdot (\nabla \cdot \vec{c})\right), \qquad \tau_{yx} = \mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right), \qquad \tau_{zx} = \mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) \quad (7.8)$$

Mittels der Gesetzmäßigkeiten für die verwendete zeitliche Mittelung aus den Gleichungen (7.6) so wie Einsetzen der zusammengesetzten Größen nach (7.5) ergibt sich (7.7) zu:

$$\frac{\partial(\overline{\rho}\cdot\tilde{u})}{\partial t}+\frac{\partial(\overline{\rho}\cdot\tilde{u}\cdot\tilde{u})}{\partial x}+\frac{\partial(\overline{\rho}\cdot\tilde{u}\cdot\tilde{v})}{\partial y}+\frac{\partial(\overline{\rho}\cdot\tilde{u}\cdot\tilde{w})}{\partial z}=\overline{k_x}+\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\sigma}_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\tau}_{yx}}{\partial y}+$$

$$\frac{\partial\overline{\tau}_{zx}}{\partial z}-\left(\frac{\partial\overline{(\rho\cdot u''\cdot u'')}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{(\rho\cdot u''\cdot v'')}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{(\rho\cdot u''\cdot w'')}}{\partial z}\right)\quad(7.9)$$

Mit

$$\overline{\sigma}_{xx}=\mu\cdot\left(2\cdot\frac{\partial\tilde{u}}{\partial x}-\frac{2}{3}\cdot\left(\nabla\cdot\tilde{\vec{c}}\right)\right)+\mu\cdot\left(2\cdot\frac{\partial\overline{u''}}{\partial x}-\frac{2}{3}\cdot\left(\nabla\cdot\overline{\vec{c}''}\right)\right)$$

$$\overline{\tau}_{yx}=\mu\cdot\left(\frac{\partial\tilde{v}}{\partial x}+\frac{\partial\tilde{u}}{\partial y}\right)+\mu\cdot\left(\frac{\partial\overline{v''}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u''}}{\partial y}\right)$$

$$\overline{\tau}_{zx}=\mu\cdot\left(\frac{\partial\tilde{w}}{\partial x}+\frac{\partial\tilde{u}}{\partial z}\right)+\mu\cdot\left(\frac{\partial\overline{w''}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u''}}{\partial z}\right)\quad(7.10)$$

Die so erhaltene Gleichung (7.9) ist die Reynolds-Gleichung für die x-Richtung. Vergleicht man die zeitlich gemittelte Gleichung mit ihrer Form vor der Mittelung so fällt auf das ein paar zusätzliche Terme addiert, beziehungsweise subtrahiert werden. Diese lassen sich in zwei Gruppen unterscheiden. Die bei den Normalspannungen hinzukommenden Terme:

$$+\mu\cdot\left(2\cdot\frac{\partial\overline{u''}}{\partial x}-\frac{2}{3}\cdot\left(\nabla\cdot\overline{\vec{c}''}\right)\right),\qquad+\mu\cdot\left(\frac{\partial\overline{v''}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u''}}{\partial y}\right),\qquad+\mu\cdot\left(\frac{\partial\overline{w''}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u''}}{\partial z}\right)\quad(7.11)$$

Für diese Terme ist bekannt, dass ihr Einfluss auf die Strömung sehr gering ist. In der Praxis können diese also vernachlässigt werden. Entsprechend wird sich auch hier mit diesen Termen nicht weiter auseinandergesetzt. Bei dem Term der am Ende der rechten Seite von Gleichung (7.9) subtrahiert wird sieht das Ganze anders aus.

$$-\left(\frac{\partial\overline{(\rho\cdot u''\cdot u'')}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{(\rho\cdot u''\cdot v'')}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{(\rho\cdot u''\cdot w'')}}{\partial z}\right)\quad(7.12)$$

Die Glieder dieses Terms beschreiben durch die Schwankungen hervorgerufene Trägheitskräfte die wie zusätzliche Reibungskräfte Wirken. Da diese allerdings direkt nichts mit den Reibungskräften zu tun haben und von der Turbulenz der Strömung verursacht werden nennt man diese auch turbulente Scheinreibung. Die Terme kommen von konvektiven nicht linearen Termen und müssen daher entsprechend eines verwendeten Turbulenzmodells modelliert werden.

1.8 Die Energiekaskade und Kolmogorov Hypothese

Nach dem im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde das Turbulenzmodelle für die Beschreibung turbulenter Strömungen notwendig ist wird sich in diesem Abschnitt mit einem solchem Modell auseinandergesetzt. Die Wahl viel hierbei auf das Modell der Energiekaskade nach Richardson für welches die Kolmogorov Hypothese aufgestellt wurde. Wie dieses Modell aussieht, was die Kolmogorov Hypothese für eine turbulente Strömung ist und was diese für das Energiespektrum einer solchen Strömung bedeutet folgt hier entsprechend der Ausführung von (Pope, 2003 S. 182-189).

Im Modell der Energiekaskade für Strömungen mit hoher Reynoldszahl, welches 1922 von Richardson aufgestellt wurde, wird davon ausgegangen, dass die Turbulenz aus unterschiedlich großen Wirbeln besteht. Ein Wirbel lässt sich dabei durch seine Größe l und der damit verbundenen charakteristischen Geschwindigkeit $u(l)$ und Zeitskala $\tau(l)$ für welche gilt:

$$\tau(l) = \frac{l}{u(l)} \quad (8.1)$$

Wirbel entstehen dadurch das eine Energie in das Fluid eingebracht wird, welche zuerst große Wirbel erzeugt, welche dann aufgrund ihrer Instabilität in Form einer Kaskade in immer kleinere Wirbel mit immer kleinerer kinetischer Energie E zerfallen. Die vorhin benannten Größen für diese größten Wirbel werden dabei mit dem Index 0 bezeichnet als l_0, u_0, τ_0. Für große Wirbel ist die Reynoldszahl gemäß ihrer Definition in Gleichung (5.7) groß und die Viskosität und damit verbundene Energieverlust können vernachlässigt werden. Aus der mit der Abnahme der Wirbelgröße wird auch die Reynoldszahl kleiner. Für die Zerfallsprodukte der Wirbel wird im Verlauf der Kaskade der Einfluss der Viskosität und der damit verbundene Energieverlust immer größer bis ab einer bestimmten Wirbelgröße die Wirbel nicht weiter zerfallen können, sondern dissipieren. Dabei wird ihre kinetische Energie durch die Viskosereibung in Wärme umgewandelt. Da die Zerstreuung der Wirbel die Folge einer Kette von Zerfallsprozessen ist wird die Dissipationsrate ε direkt vom ersten Zerfallsprozess, dem Zerfall der größten Wirbel, bestimmt. Hierbei gilt:

$$E_{kin}(l_0) \sim {u_0}^2 , \qquad \varepsilon \sim \frac{E_{kin}(l_0)}{\tau_0} \rightarrow \varepsilon \sim \frac{{u_0}^3}{l_0} \quad (8.2)$$

Die Betrachtung der Turbulenten Strömung als Zerfallskaskade von Wirbeln wurde von Kolmogorov mit drei Hypothesen weiter ausgebaut, die Kolmogorov Hypothese fasst diese zusammen in dem sie davon ausgeht das diese drei Hypothesen auf die betrachtete Strömung zutreffen. Mittels dieser Hypothesen können genauere Aussagen zur Strömung und ihren Verlauf gemacht werden.

Die erste Hypothese ist Kolmogorovs Hypothese der lokalen Isotropie. In dieser wird angenommen, dass bei ausreichend großen Reynoldszahlen die kleinen turbulenten Bewegungen statistisch isotrop sind. Kleine turbulente Bewegungen sind dabei die Wirbel deren charakteristische Länge viel kleiner als l_0 ist.

In seiner zweiten Hypothese geht Kolmogorov davon aus das beim Zerfall in kleinere Wirbel nicht nur die Richtungsinformationen dieser, sondern auch die Informationen bezüglich derer Geometrie verloren gehen. Daraus folgt Kolmogorovs erste Ähnlichkeitshypothese laut der in jeder turbulenten Strömung mit ausreichend hoher Reynoldszahl die kleinen Wirbel eine universale Form haben, die von der kinematischen Viskosität und Dissipationsrate bestimmt ist.

Für seine dritte Hypothese werden Strömungen mit sehr hoher Reynoldszahl betrachtet. Für diese können die in der ersten Ähnlichkeitshypothese betrachteten Wirbel bei ausreichend weiten Zerfall immer noch eine ausreichend große charakteristische Länge und damit Reynoldszahl haben das die Viskosität vernachlässigt werden kann. Daraus folgt Kolmogorovs zweite Ähnlichkeitshypothese nach der in jeder turbulenten Strömung mit ausreichend hoher Reynoldszahl eine Untergruppe der kleinen Wirbel existiert deren Wirbel eine universale Form haben, die nur von der Dissipationsrate bestimmt ist.

Entsprechend der ersten und zweiten Ähnlichkeitshypothese lassen sich drei charakteristische Längen für Wirbel l_μ, l_{EI} und l_{DI} definieren. Mit diesen können die Wirbel entsprechend ihrer charakteristischen Länge in drei Bereiche aufteilen. Gilt für die charakteristische Länge des Wirbels $l_\mu < l < l_{DI}$ so ist der Wirbel im Verlustbereich. Wirbel in diesen Bereich sind nach der ersten Ähnlichkeitshypothese von universeller Form und haben bedingt durch die Viskosität des Fluids bei ihrem Zerfall nicht vernachlässigbare Energieverluste. Wirbel mit einer charakteristischen Länge im Bereich $l_{DI} < l < l_{EI}$ sind im Trägheitsteilbereich. Wirbel in diesen Bereich sind nach der zweiten Ähnlichkeitshypothese von universeller Form und ihre Energieverluste beim Zerfall sind vernachlässigbar klein. Und Wirbel für deren charakteristische Länge gilt $l_{EI} < l$ befinden sich im energieerhaltenden Bereich. Ihre Form ist von der Form der Strömung und der Art ihrer Entstehung abhängig, aber haben beim Zerfall keine durch die Viskosität des Fluids bedingten Energieverluste. Die charakteristische Länge l_μ, welche auch Kolmogorov Länge genannt wird, ist die kürzeste mögliche charakteristische Länge. Bei dieser wird die Dissipation so groß, dass keine kleineren Wirbel mehr entstehen und sich die kinetische Energie stattdessen in Form von Wärme zerstreut. Die Kolmogorov Länge sowie die charakteristische Geschwindigkeit und Zeitskala für diese charakteristische Länge

sind nur von der kinematischen Viskosität v des Fluids und der Dissipationsrate abhängig. Es gilt:

$$l_\mu = \left(\frac{v^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}, \qquad u_\mu = (\varepsilon \cdot v)^{\frac{1}{4}}, \qquad \tau_\mu = \left(\frac{v}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.3)$$

Aus den von Kolmogorov getroffenen Hypothesen ergibt sich, dass die Funktion für das Energiespektrum im Trägheitsbereich die folgende Form hat:

$$E(K) = C \cdot \varepsilon^{\frac{2}{3}} \cdot K^{-\frac{5}{3}} \quad (8.4)$$

Dabei ist C eine Konstante und K die Wellenzahl des Wirbels. Da wie zuvor gesehen für eine Zerfallskaskade ε durch die größten Wirbel eindeutig definiert ist kann es für eine Kaskade als eine Konstante betrachtet werden. Damit kann es mit C zu einer neuen Konstante C_{neu} zusammengefasst werden. Die neue Gleichung für $E(K)$ ergibt sich damit zu:

$$E(K) = C_{neu} \cdot K^{-\frac{5}{3}} \quad (8.5)$$

Für eine turbulente Strömung mit ausreichend hoher Reynoldszahl gibt es nach der Kolmogorov Hypothese also einen Frequenzbereich in dem sich das Energiespektrum, bei Logarithmieren beider Achsen, durch eine Gerade mit der Steigung $-\frac{5}{3}$ nähren lässt.

1.9 Die Spektralanalyse

Im Praxisteil dieser Hausarbeit soll die turbulente Nachlaufströmung mittels einer Spektralanalyse untersucht werden. Die Grundlagen hierfür ergeben sich im Folgenden nach (Oertel, et al., 2015 S. 253f), (Meschede, 2015 S. 152), (Banwell, et al., 1999 S. 34f) und (Pope, 2003 S. 223f, 228-230).

Zur Spektralanalyse der Strömung wird die Frequenz, beziehungsweise Anzahl der Wirbel pro Längeneinheit, über deren kinetischer Energie in einem Koordinatensystem aufgetragen. Die Energie kann bei über die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids mittels eines Anemometers gemessen werden. Für die Wahl des verwendeten Anemometers ist darauf zu achten, dass dieses über eine ausreichend hohe, damit möglichst hohe, zeitliche Auflösung verfügt. Die hohe zeitliche Auflösung ist notwendig da die durch sehr kleine Wirbel erzeugten Geschwindigkeitsänderungen sonst in der Messung durch zeitliche Mittelung verschwinden. Da ein Hitzdrahtanemometer über eine ausreichend hohe zeitliche Auflösung verfügt und für diese Hausarbeit ein Hitzdrahtanemometer verwendet wird, wird im Folgenden davon ausgegangen das ein solches für die Messung des Energiespektrums gewählt wurde.

Mit dem Hitzdrahtanemometer gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten die Messwerte für das Energiespektrum aufzunehmen. Für die Methode des fliegenden Hitzdrahts wird die Messsonde

während der Messung mit einer hohen konstanten Geschwindigkeit in einer geraden Linie entlang der Strömung bewegt. Als alternative Methode kann eine ortsfeste Sonde verwendet werden. Da für den Schülerwindkanal die Messung mit einer ortsfesten Sonde einfacher umzusetzen war, wurde sich für diese Methode entschieden. Entsprechend wird hier auch nur auf diese weiter eingegangen.

Das vom ortsfesten Hitzdraht gemessene Signal enthält die unterschiedlichen charakteristischen Zeitskalen aller Wirbel in überlagerter Form. Das gemessene Signal muss also noch nach der Frequenz in seine einzelnen Teile aufgespalten werden. Hierfür wird die Fourieranalyse verwendet. Die Fouriertransformierte $F(\omega)$ der Funktion eines Signals $f(t)$ ist dabei definiert als:

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (9.1)$$

Unter Verwendung der Gleichung (9.1) ergibt sich das Leistungsspektrum $P(\omega)$ aus dem gemessenen Signal der Geschwindigkeit $u(t)$ als:

$$P(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int u(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (9.2)$$

Neben dem gewünschten Signal für die Energiekaskade der Turbulenz enthält das Leistungsspektrum noch ein zufälliges Rauschen, welches zu einer Streuung der Messwerte führt. Um den Effekt dieses Rauschens auf das Leistungsspektrum zu minimieren können mehrere Messungen für die gleiche Strömung durchgeführt und dann eine Mittelung durchgeführt werden. Weil mit jeder Teilmessung eine Rechenoperation pro Messpunkt durchgeführt werden muss und die einzelnen Wertepaare gespeichert werden müssen, kann dieses Vorgehen sehr aufwendig werden. Wenn die Messung und Auswertung mit einem Rechner durchgeführt wird ist dieses Vorgehen aber grundsätzlich auch ökonomisch sinnvoll.

Nach der Kolmogorov Hypothese sollte das so erhaltene Spektrum einer Turbulenz mit hoher Reynoldszahl in drei Bereiche aufgeteilt werden können. Bei niedrigen Frequenzen liegt der Bereich der großräumigen Strukturen. In diesem ist die Energiekaskade der Wirbel noch nicht so weit fortgeschritten das die Wirbel von universeller Form sind. Die Breite des Bereichs der mittleren Frequenzen, wie im vorherigen Abschnitt 1.8 kennengelernt auch Trägheitsbereichs genannt, hängt davon ab wie hoch die Reynoldszahl ist. Nach der zweiten Ähnlichkeitshypothese wird dieser umso breiter desto höher die Reynoldszahl ist, ist die Reynoldszahl zu klein verschwindet dieser und es folgt direkt der nächste Bereich. Sind beide Achsen logarithmiert lässt sich nach Gleichung (8.5) dieser Bereich durch eine Gerade mit der Steigung $-\frac{5}{3}$ Näheren. Im Bereich der hohen Frequenzen, dem Dissipations-Bereich fällt die

Energies aufgrund der turbulenten Dissipation noch stärker ab. Auch in diesen Bereich kann, bei logarithmierten Achsen, eine Näherung durch eine Gerade durchgeführt werden. Diese hat die Steigung $-\frac{7}{5}$. Ein Beispielspektrum für eine turbulente Strömung kann in der nebenstehenden Abb. 5 gesehen werden. Die drei verschiedenen Bereiche sind in diesem mit einer Linie durch ihren Übergangsbereich voneinander getrennt. Die eingezeichnete Gerade ist die Ausgleichsgerade für die Energie im Trägheitsbereich.

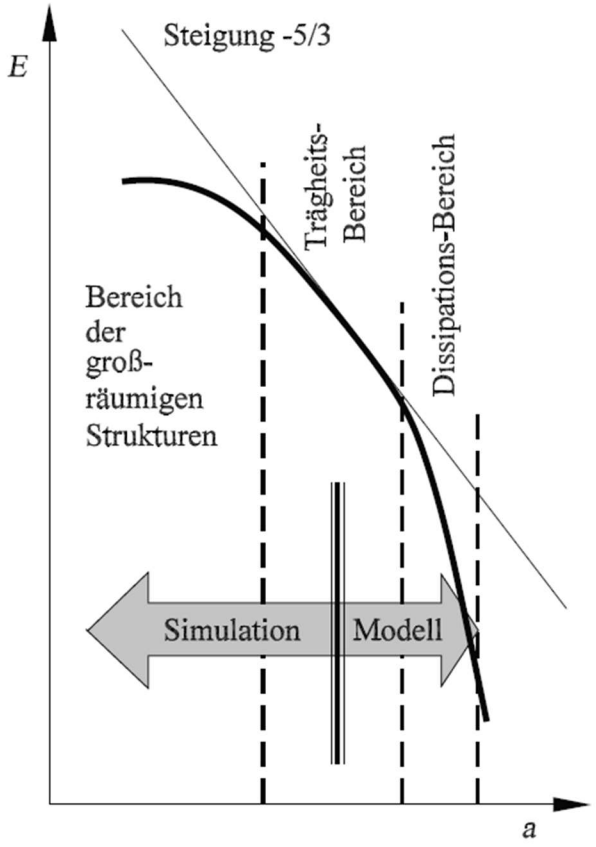


Abb. 5 Energiespektrum einer Turbulenz (Oertel, et al., 2015 S. 253)

In diesem Abschnitt wurde entsprechend der Quellen gemischt vom Leistungs- oder Energiespektrum gesprochen. Durch die Beziehung zwischen Leistung und Energie ergibt sich allerdings das Leistungsspektrum und Energiespektrum äquivalent sind.

$$P(\omega) \sim E(\omega) \quad (9.3)$$

Alle für das Energiespektrum getroffenen Aussagen gelten in gleicher Wiese für das Leistungsspektrum. Entsprechend wird von hier an nur noch vom Leistungsspektrum gesprochen, obwohl die Herleitungen und Erklärungen bis hier meist die Energie und nicht die Leistung betrachtet haben.

2 Experimenteller Teil

2.1 Aufbau und Durchführung

Zur Kalibrierung des Hitzdrahtanemometers ist dieses erst vorzuheizen. Dazu wird der Hitzdrahtsensor, in seinem Aufbewahrungsbehälter belassen, mittels seiner Bananenstecker an den oberen beiden Eingängen des Anemometers angeschlossen und an den unteren beiden Eingängen des Anemometers wird ein Voltmeter angeschlossen. Anschließend wird das Anemometer mittels seines Netzteils an einer Steckdose angeschlossen und am Schalter an seiner Rückseite eingeschaltet. Im eingeschalteten Zustand sollte die Lampe über den Drehregler an der Vorderseite grün leuchten, im ausgeschalteten Zustand leuchtet diese rot. In diesem Zustand heizt der Draht der Sonde innerhalb von einigen Minuten hoch. Auf Betriebs Temperatur kann mittels des Drehreglers an der Vorderseite kann ein elektrischer Widerstand im Anemometer so angepasst werden, dass sich die gemessene Spannung zu 0 Volt ergibt. Erwartete Messwerte für die Spannung befinden sich dabei im einstelligen Volt Bereich und das Anemometer kann nicht auf exakt 0 Volt geregelt werden. Erfahrungsgemäß verbleit eine Restspannung von ungefähr 0,006V. Diese wird für die Kalibrierung notiert.

Anschließend wird das Voltmeter vom Anemometer abgesteckt und das Anemometer wird zusammen mit der Prandtl Sonde an einem Sensor-CASSY 2 angeschlossen. Diese Messbox wird mittels ihres Netzteils an einer Steckdose und ihres USB-Kabels an einem Rechner angeschlossen. Entsprechend der Kalibrierungsvorlage wird das Anemometer am Voltmeter des Eingang A und das Prandtl Rohr am passenden Adapter des Eingang B angeschlossen. Die Kalibrierungsanleitung wird in CASSY Lab 2 geöffnet und die Felder für die Parameter Temperatur, Luftdruck - Umgebung und Luftfeuchtigkeit werden mit den entsprechenden Daten ausgefüllt. Die beiden Sensoren werden an einem Gestell befestigt und in den Messabschnitt des Windkanals platziert. Es ist darauf zu achten, dass beide Sensoren sich räumlich nahe sind aber nicht, zum Beispiel durch Platzieren voreinander, stören. Es empfiehlt sich die Hitzdrahtsonde senkrecht zur Strömungsrichtung zu platzieren, um Stör Effekte durch eine von der Kappe des Behälters verursachte Rücklaufströmung zu vermeiden. Im Ruhezustand wird ein Nullabgleich für die beiden Sonden durchgeführt. Erst dann wird der Behälter des Hitzdrahtanemometersensors entfernt und der Windkanal mittels seines Frequenzgenerators in Betrieb genommen. Gegebenenfalls müssen hier noch die Messwerte invertiert werden da im Programm von positiven Drücken und Spannungen ausgegangen wird. Für unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten werden in sinnvollen Schritten Messwertepaare aus Strömungsgeschwindigkeit und Spannung (zum Quadrat) aufgenommen.

Dabei ist zu beachten, dass die höchste Geschwindigkeit die vom Schülerwindkanal, bei kleiner Öffnung, leicht unter $20\frac{m}{s}$ liegt. Durch eine Freie Anpassung werden die Parameter A und B der Gleichung (4.4) bestimmt und notiert, gleiches gilt für das von CASSY ebenfalls ausgegebene Unbestimmtheitsmaß.

Grundsätzlich kann das Prandtl Rohr während der Messung in LabVIEW an der CASSY Messbox angeschlossen bleiben und die Messung der Reynoldszahl in CASSY Lab 2 parallel zu Messungen in LabVIEW erfolgen. Praktisch ist es aus Platzgründen sinnvoll das Prandtl Rohr vor der Messung in LabVIEW abzubauen. Dadurch wird auch vermieden, dass sich aus Versehen Prandtl Rohr und Hitzdrahtsensor gegenseitig stören. Entsprechend werden die Reynoldszahlen für betrachtete Aufbauten jetzt aufgenommen. Der Hitzdrahtsensor wird aus der Messstrecke des Windkanals entfernt und die Messanordnung von Objekt und Prandtl Rohr wird wie gewünscht aufgebaut. In den Parametern wird die charakteristische Länge des Objekts eingetragen, für diese bietet es sich an den Durchmesser des Objekts in Strömungsrichtung zu verwenden. In einigen Aufbauten entsteht hinter dem Objekt durch die Turbulenz ein Unterdruck, dann muss der Relativdruck invertiert werden, da wie programmiert von positiven Drücken ausgegangen wird. Dann kann der Tripel aus Objekt, Abstand von der Sonde und Reynoldszahl notiert werden.

Jetzt kann der Aufbau für das Prandtl Rohr entfernt werden. Das Prandtl Rohr und die CASSY Messbox werden abgeschlossen und beiseitegestellt. Das Hitzdrahtanemometer wird an dem NI USB-6221 angeschlossen. Nach programmiertem Messgerät wird der analoge Eingang AI 4, in der Einstellung „Ground Ref. Source“ verwendet, im DAQ-Assistenten kann aber auch ein anderer Eingang eingestellt werden. Die in der Kalibrierung ermittelten Parameter und die Ruhespannung werden für im Bereich Kalibrierung entsprechend der Angaben im LabVIEW programmierten Messgerät eingegeben. Die Kombination aus Objekt und Hitzdrahtsensor wird wie gewünscht in der Messstrecke des Windkanals aufgebaut. Der Knopf „Messung Stoppen“ wird auf inaktiv und der Knopf „Mittelwerte Bilden“ auf aktiv gesetzt. Anschließend wird die Messung gestartet. Das Spektrum wird über mehrere Messungen gemittelt, bis keine Änderung der Streuung des Leistungsspektrums mehr festgestellt werden kann. Erfahrungsgemäß sind das um die 20 Durchläufe. Durch auf aktiv setzen des „Messung Stoppen“ Knopfes wird das Leistungsspektrum eingefroren. Die jetzt mit jedem Durchgang neu aufgenommen Spektren werden verworfen und stattdessen wird das zuvor ausgegebene Spektrum ausgegeben. Zur Auswertung wird das Spektrum auf seinen Trägheits- und Dissipationsbereich untersucht. Entsprechend des Abschnitts „1.8 Die Energiekaskade und Kolmogorov-Hypothese“ und

Abschnitt „1,9 Die Spektralanalyse“ kann das Spektrum in diesen Bereichen, bei Logarithmieren der Leitungs- und Frequenzachse, durch eine Gerade genähert werden. Im Trägheitsbereich hat diese Gerade eine Steigung von $-\frac{5}{3}$ im Dissipationsbereich von $-\frac{7}{3}$. In LabVIEW kann dies durch die mit den Parametern unter Ausgleichsgerade generierte Gerade gezeigt werden. Diese Gerade wird nur eingezeichnet, wenn der Knopf „Gerade einzeichnen“ auf aktiv gesetzt wird. Dies wird in dieser Arbeit auch für ein Spektrum gemacht, die anderen beiden Auswertungen werden stattdessen in Excel durchgeführt. Dazu werden die Daten aus dem Diagramm in eine .xlsx exportiert und können dann dort ausgewertet werden. Der Turbulenzgrad wird für jeden Durchlauf neu bestimmt und ausgegeben. Nach der Messung wird diese in LabVIEW gespeichert.

2.2 Beispieldurchführung für einen dünnen Stab und Tischtennisball

Die Messung deren Werte für die hier folgende Beispieldurchführung aufgenommen wurden am 05.09.2023 aufgenommen. Für höhere Strömungsgeschwindigkeiten wurde die 20cm x 20cm Düse des Windkanals verwendet. Die Luftfeuchtigkeit und Raumtemperatur wurden mit einem beurer Thermo-Hygrometer HM 16 gemessen. Dabei betrug zum Zeitpunkt der Messung die Luftfeuchtigkeit 96% und die Raumtemperatur $23{,}6°C$. Der Umgebungsdruck wurde der Webseite des Deutschen Wetterdiensts als $1010\,hPa$ entkommen (Wetterdienst). Die Ruhespannung bei Kalibrierung mittels des Drehreglers betrug für das Hitzdrahtanemometer $0{,}006V$. Die Messwerte zur Kalibrierung nach dem Kingschen Gesetz wurden alle $50\,hPa$ aufgenommen und erfolgte unmittelbar hinter der Düsenöffnung. Mit den so erhaltenen Werten ergaben sich die Parameter A, B und C für die Kalibrierung in LabVIEW 2020, zusammen mit der Kalibrierungsfunktion zu:

$$A = 0{,}18701\,, \qquad B = 10{,}986\,, \qquad C = 0{,}006$$

$$U^2 = B \cdot v^A + C$$

Für die Güte der Anpassung betrug dabei das Bestimmtheitsmaß 98%.

Die erste Beispielmessung erfolgt anhand eines 8mm dicken Metallzylinder der unmittelbar hinter der Düsenöffnung platziert wird. Dabei werden pro Messdurchlauf 200000 Werte mit einer Frequenz von $100000Hz$ aufgenommen. Die Messung erfolgt bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $14{,}13\frac{m}{s}$, unter der Annahme einer leeren Messstrecke, an der Position der Messung 8 Durchmesser (6.4cm) hinter dem Stab ist die Geschwindigkeit durch dessen Platzierung auf $13{,}07\frac{m}{s}$ abgefallen. Die Reynoldszahl der Strömung betrug damit 679 und ist damit eher im Bereich niedriger Reynoldszahlen anzusiedeln. Dabei war auch eine

Zunahme des Turbulenzgrads von 0,7% in der leeren Messstrecke auf 1,7% zu beobachten. Die Auswertung dieser Strömung mit dem Messgerät in LabVIEW kann in Abb.6, die Auswertung mit Excel in Abb. 7 gesehen werden.

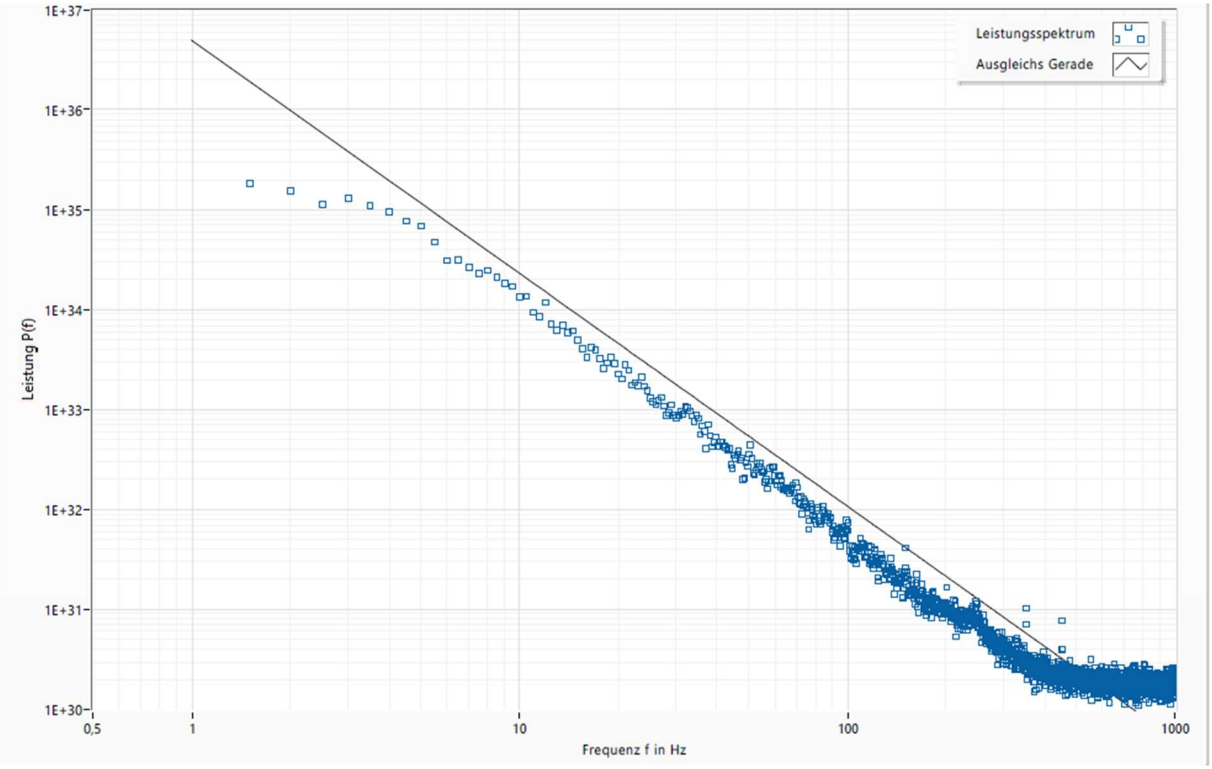


Abb. 6 Leistungsspektrum bei 8mm Stab in 8d Abstand in LabVIEW mit -7/3 Line

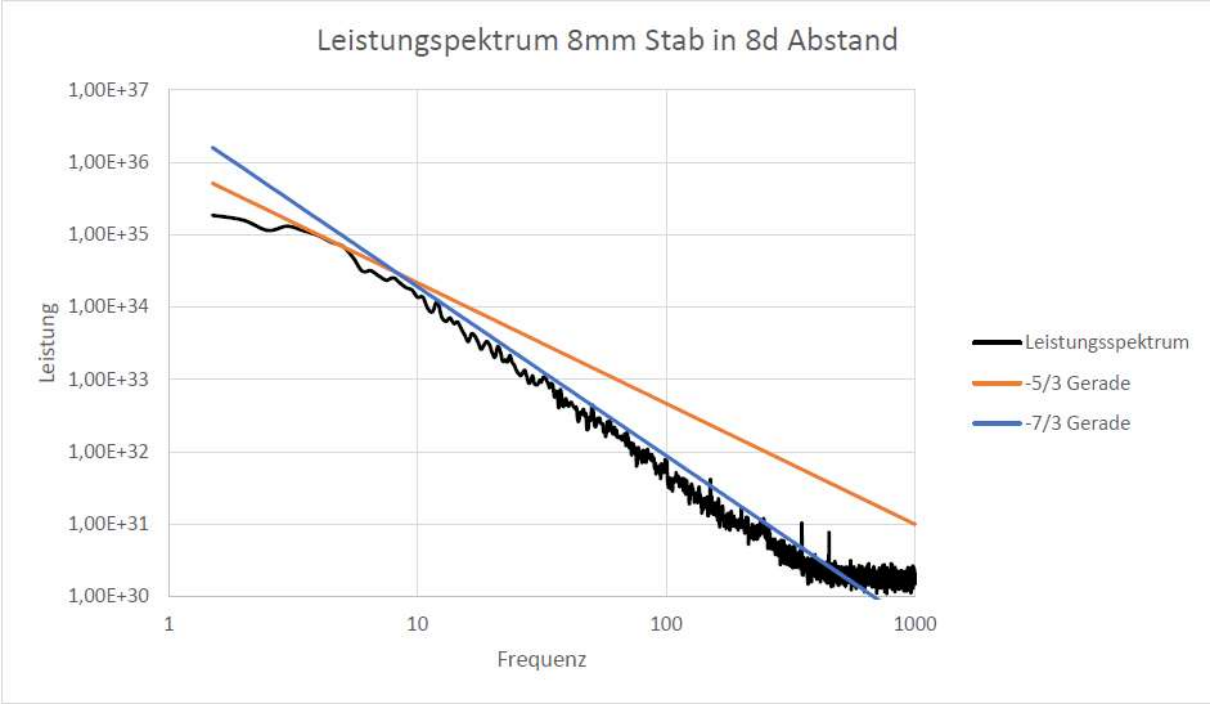


Abb. 7 Leistungsspektrum bei 8mm Stab in 8d Abstand in Excel mit -5/3 und -7/3 Linie

Bei beiden Auswertungen ist klar die $-\frac{7}{3}$ Gerade des Dissipationsbereichs erkennbar die $-\frac{5}{3}$ Gerade ist bei der Auswertung in LabVIEW nur schwer zu erahnen. Die Auswertung in Excel zeigt jedoch, dass ein kleiner Bereich in den niedrigen Frequenzen sich noch einigermaßen über diese näheren lässt. Dass das Spektrum von der $-\frac{7}{3}$ Geraden dominiert wird war schon bei Betrachtung der Reynoldszahl abzusehen, da sich nach der Kolmogorov Hypothese der Trägheitsbereich erst bei ausreichend hohen Reynoldszahlen ausbilden kann.

Betrachtet man nur die Reynoldszahl für den Zylinder bei unterschiedlichen Abständen so fällt auf, dass diese mit steigendem Abstand zuerst ansteigt und dann wieder abfällt. Der beobachtete Effekt lässt sich dabei über die Energiekaskade erklären. Die entstehenden Wirbel folgen mit einer mittleren Geschwindigkeit weiter der Strömung des Windkanals und zerfallen dabei entsprechend der Energiekaskade in immer kleinem Wirbel, die sich ab einer bestimmten Größe anfangen aufzulösen. Wirbel nahe beim Stab hatten noch nicht genug Zeit, um vollständig zu zerfallen und die kleinen Wirbel sind unterrepräsentiert. Weiter von ihrem Entstehungsort entfernt hatten diese dann mehr Zeit zu zerfallen und die Turbulenz ist vollständig entwickelt. Viel weiter hinter dem Entstehungsort der Wirbel hatten einige der Wirbel genug Zeit, um vollständig zu zerfallen und ihre Energie ist durch Dissipation verloren gegangen. Außerdem fängt die idealisiert laminare Strömung des Windkanals an sich mit der turbulenten Nachlaufströmung zu überlagern. Entsprechend nimmt in diesen Bereich dann der Anteil der turbulenten Strömung wieder ab und die Reynoldszahl sinkt.

Als zweites und letztes soll die Nachlaufströmung eines auf einen dünnen Stab befestigten Tischtennisballs untersucht werden. Ziel dieser Messung war es den Trägheitsbereich in einer ausgeprägten Form zu zeigen. Dazu soll eine möglichst hohe Reynoldszahl erreicht werden, weswegen der Windkanal auf seine maximale Leistung aufgedreht wird. Der Tischtennisball wird direkt hinter der Düse und die Anemometer Sonde auf den maximal möglichen Abstand von 14 cm (3,5d) hinter den Tischtennisball gesetzt. Der Abstand soll gewährleisten, dass die Turbulenz ausreichend Zeit hatte sich zu entwickeln. Aufgrund der Abmessungen der Prandtl Sonde kann die Reynoldszahl an der Position der Sonde des Hitzdrahtanemometers nicht gemessen werden. Im Abstand von 3 Durchmessern betrug sie jedoch 3091. Sie ist also hoch im Vergleich zu den beim 8mm Stab beobachteten Reynoldszahlen. Das in Excel ausgewertete Leistungsspektrum kann in Abb. 8 gesehen werden.

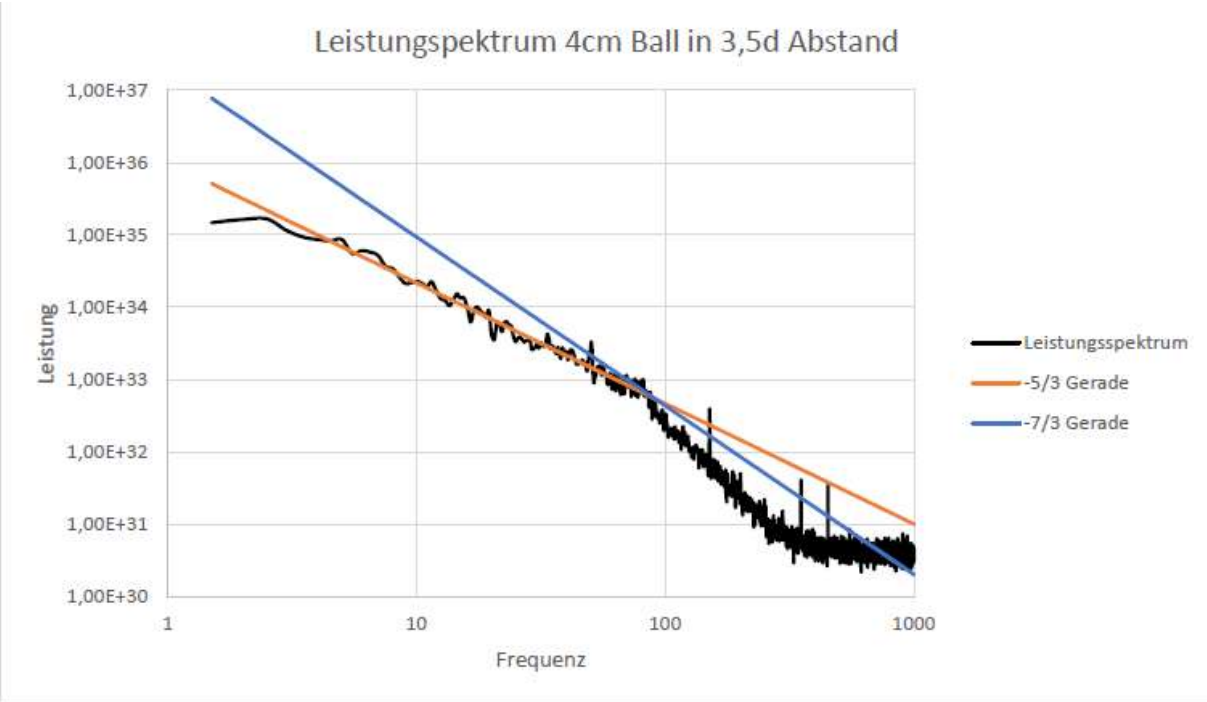


Abb. 8 Leistungsspektrum Tischtennisball bei 3,5d Abstand

Hier ist kann entsprechend der Zielsetzung ein weit reichender Trägheitsbereich erkannt werden. Der knick in den Dissipationsbereich, in der Nähe der 80, ist auch klar erkennbar. Bei diesen versagt die Näherung mittels der $-\frac{7}{3}$ Gerade jedoch und das Spektrum fällt in diesem Bereich deutlich stärker ab.

In beiden Aufnahmen hat das Spektrum noch einen unerwarteten Teil. Im Ende läuft es in Form einer Waagerechten aus. Diese ist in den Abbildungen hier durch eine Verkürzung der Frequenz Achse zum größten Teil abgeschnitten worden und läuft eigentlich über die restlichen Messwerte weiter. Diese besteht wahrscheinlich nur aus Rauschen und hat entsprechend, abgesehen von vielleicht den Randbedingungen der Strömung als Basis für die Höhe ihrer Lage, keine relevante physikalische Bedeutung. Entsprechend wird in dieser Arbeit auf dieses Auslaufen des Spektrums auch nicht weiter eingegangen.

3 Didaktischer Teil

Die nachfolgende Betrachtung erfolgt, entsprechend der Schulart des eigenen Studiums, mit dem Fokus auf die Realschule. Sofern die Schulart eine spezielle Rolle spielt, wird dies jedoch explizit erwähnt.

3.1 Legitimation anhand des Lehrplans

Wie die Betitelung des Windkanals als Schülerwindkanal vermuten lässt wurde dieser gebaut, um auch von Schülern genutzt zu werden. Gleiches gilt auch für die ihm zugehörige Messtechnik, welche, um die Möglichkeit Leistungsspektren messen zu können erweitert wurde. Wirft man allerdings einen Blick auf den Fachlehrplan für Physik des LehrplanPLUS des seit 2017 für bayrische Realschulen gültig ist so fallen in diesen turbulenten Strömungen vor allem durch ihre Abwesenheit auf (ISB). Für den LehrplanPLUS für bayrische Gymnasien sieht es dabei nicht anders aus, auch hier ist eine explizite Behandlung turbulenter Strömungen nicht vorgesehen (ISB). Ganz ignorieren kann man sie dabei nicht, da die von ihnen verursachten Kräfte für die Beschreibung realer Vorgänge nicht ignoriert werden können. Jedoch werden diese dabei oft in Form eines Luftwiederstands oder eines Reibungsvorgangs zwar anerkannt, aber noch im selben Atemzug für den dann näher betrachteten idealisierten Fall als vernachlässigbar wegargumentiert. Das ist hierbei nicht als Vorwurf zu verstehen. Strömungsvorgänge, insbesondere die Turbulenten werden sehr schnell sehr kompliziert und auch wenn diese theoretisch mit den Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben werden können, stoßen diese sehr schnell auf das Problem für verschiedene Fälle weder mit aktuell existierenden analytischen noch numerischen Methoden lösbar zu sein (Oertel, et al., 2015 S. 220). Entsprechend ist kann das aktuelle Übergehen von turbulenten Strömungen durchaus als sinnvoll erachtet werden.

Die Legimitation ist entsprechend nicht anhand des fachlichen Inhalts der turbulenten Strömungen zu finden, aber der LehrplanPLUS sieht in seiner Kompetenzorientierung mehr als nur die verschiedenen Gegenstandsbereiche vor. So sollen Schüler auch Prozessbezogene Kompetenzen im Bereich des Erkenntnisgewinns erwerben. In diesem Bereich wird vom ISB Folgendes Ziel deklariert „Ausgehend von Beobachtungen formulieren die Schülerinnen und Schüler Fragestellungen und Hypothesen, entwickeln Modellvorstellungen, planen Experimente und führen diese anschließend durch. Im Rahmen experimenteller Auswertungen verwenden die Schülerinnen und Schüler Formen der Mathematisierung und entwickeln theoretische Modelle. Umgekehrt stoßen Modelle auch experimentelle Untersuchungen an und

werden von den Schülerinnen und Schülern für Veranschaulichungen und Erklärungen genutzt. Indem die Schülerinnen und Schüler experimentelle Ergebnisse diskutieren sowie Nutzen und Grenzen von Modellen reflektieren, verinnerlichen sie die fachspezifische Arbeits- und Denkweisen der Physik.“ (ISB). Und für den Erwerb von experimenteller Kompetenz kann die Messung des Leistungsspektrum durchaus einen Beitrag leisten.

Eine wichtige Sache, die zu klären ist, bevor Schüler mit einem Messgerät hantieren oder Versuch selbst durchführen ist sicherzustellen, dass die Durchführung des Versuchs für die Schüler geeignet ist. Dafür soll zuerst auf die Sicherheit der Benutzer des Windkanals eingegangen werden. In dem Versuch selbst gibt es keine für die Schüler leicht erreichbaren mechanischen Teil an denen diese sich verletzen können. Die einzige Ausnahme ist dabei die Möglichkeit sich beim Vertauschen der Siebe einzuklemmen, aber diese Gefahr ist, insbesondere unter der Aufsicht eines Lehrers oder Betreuers, vernachlässigbar. Insbesondere da ein Ver- oder Austauschen derer zwar interessant sein kann, aber nicht zwingend erforderlich ist. Vom elektrischen Strom geht ebenfalls keine Gefahr aus da die Spannung an den Spitzen der Hitzdrahtsonde, nach eigener Erfahrung im einstelligen Volt Bereich und damit sehr klein sind. Die Spitzen, zwischen denen der Hitzdraht befestigt ist, selbst sind dabei auch nicht gefährlicher als ein Zirkel, insbesondere da sich die Sonde während der Messung fest verbaut in einer Haltevorrichtung befinden sollte. Vom gefahrenpotential her ist der Versuch also einem Schüler zumutbar.

In der Durchführung kann es allerdings zu ein paar Schwierigkeiten kommen. Der fundamentale Umgang mit einem Laptop sollte kein Problem darstellen da ungefähr 75% aller Schüler einen eigenen Rechner besitzen und 97% zumindest einen Rechner in ihrem Haushalt verfügen (Feierabend, et al., 2022 S. 5, 6). Das grundsätzliche Vorgehen zur Kalibrierung mittels CASSY Lab 2 und die Verwendung des in LabVIEW programmierten Messgerätes ist zwar in einer Anleitung erklärt, aber einige Herausforderungen verbleiben dennoch. So müssen die Schüler selbst ein sinnvolles Intervall für die Aufnahme von Messwerten zur Kalibrierung des Anemometers wählen, Soft- und Hardware verwenden, mit der sie wahrscheinlich noch nicht vertraut sind und selbst eine sinnvolle Regressionsgerade finden. Auch das Anpassen der Sonden Halterung, oder sogar der Aufbau einer solchen, kann für Schüler eine Herausforderung darstellen, wenn sie dies noch nicht oft gemacht haben. Gerade unter Aufsicht eines Betreuers, der unterstützend intervenieren kann, sollten diese Herausforderungen für Schüler, die schon einige Erfahrungen mit dem Experimentieren gesammelt haben, aber durchaus bewältigbar sein. Wertvolle Erfahrungen die Schüler für den Ausbau ihrer experimentellen Kompetenz mitnehmen können sind wie folgt:

Messgeräte funktionieren nicht einfach. Im Physikunterricht und Alltag werden oft Messgeräte verwendet, die sofort einsatzbereit sind oder, für die Schüler unsichtbar, vom Lehrer in einen einsatzbereiten Zustand gebracht wurden. Ein Messgerät vor seiner Benutzung zu kalibrieren ist, unter Berücksichtigung des Zeitaufwands für die Kalibrierung nachvollziehbarerweise, selten Teil eines Experiments. Die höhere zeitliche Auflösung des Hitzdrahanemometers liefert hierbei einen Anreiz warum es sinnvoll sein kann ein anderes Messgerät mittels eines bereits verfügbaren Messgeräts zu kalibrieren. Der Einfluss der zeitlichen Auflösung kann direkt in LabVIEW gezeigt werden, indem die Frequenz der Messwertaufnahme geändert wird. Bei ausreichend niedriger Frequenz fangen die Geschwindigkeitsschwankungen durch die Turbulenz an zu verschwinden.

Es wird auf zweierlei Art und Weise gezeigt warum in einem Experiment viele Messwerte wünschenswert sind. Im Unterricht ist, aus praktischen Gründen, die Zahl der Messwerte meist nur im unteren zweistelligen Bereich. Mehr Messwerte sind rahmen einer Unterrichtsstunde manuell nicht auswertbar. Da die Auswertung hier elektronisch über einen Rechner erfolgt sind Zehntausende von Messwerten kein Problem. Die Vorteile vieler Messwerte zeigten sich dabei in der Auflösung des Spektrums.

Die Anzahl der Messungen pro Messdurchlauf beeinflussen die Auflösung des Spektrums entlang der Frequenz Achse. Liegen nur wenige Messwerte vor so gleicht dieses eher einer losen Anordnung von Punkten. Bei zehntausenden oder hunderttausenden Messwerten ergibt sich der Graph des Spektrums schon aus den einzelnen Punkten und ein Verbinden dieser ist nicht nötig. Das eine sehr hohe Anzahl an Messungen benötigt wird liegt hier unter anderem an dem Nachlauf aus Rauschen der mehr als die Hälfte der Messwerte für sich beansprucht.

Die Anzahl der Messdurchläufe beeinflusst die Auflösung des Spektrums entlang der Leistung Achse. In dieser Dimension hat der gemessene Graph ein recht starkes Rauschen, er ist aber trotzdem noch erkennbar. Durch die Mittelung mehrerer Messdurchläufe verschwindet dieses Rauschen allmählich und die „Linie des Graphen“ wird mit jedem durchlauf schmaler. Hier wird die Idee sichtbar, dass der Einfluss zufälliger Messschwankungen durch das Mitteln mehrerer Messungen minimiert werden kann.

Es werden ein paar der Möglichkeiten und Vorteile von computerbasierter Messwertaufnahme und Auswertung aufgezeigt. Die Verwendung von Computern ermöglicht es dabei sehr schnell sehr viele Messwerte aufzunehmen und auszuwerten. Was wie zuvor erwähnt Vorteile für die Genauigkeit der Messung haben kann. Die Rechenarbeit, die man sich selbst dadurch spart, dass der Computer diese für einen erledigt, wird dabei allerding größtenteils unterschlagen. Aber auch für die Auswertung ergeben sich Vorteile. Koordinatensysteme können auf die

Schnelle bezüglich ihrer Größe und Skalen angepasst werden. Verschiedene Teile der Auswertung können parallel oder schon während der Messung erfolgen. Und bei der linearen Regression können die Ausgleichsgeraden mit nur ein paar Klicks neu gezeichnet werden. Auch wenn hier aus technischen Gründen das Vorgehen umgekehrt, zu dem für die graphische lineare Regression üblich Vorgehen ist. Anstatt eine möglichst gut passende Gerade einzuzeichnen und aus dieser die Parameter der Anpassung zu bestimmen, werden die Parameter geschätzt und solange angepasst biss die resultierende Gerade für passend genug befunden wird. Die computerbasierte Messung und Auswertung einer Messung ist dabei umso relevanter da mit steigender Rechenleistung diese immer mehr an Bedeutung in Praxis und Forschung gewinnt.

3.2 Entscheidungen zum Design der Messsoftware

In diesem Teil werden Designentscheidungen, die beim Erstellen der Software getroffen wurden, erklärt und legitimiert werden. Die Software besteht hierbei aus zwei Teilen. Der erste Teil ist die Kalibrierungsvorlage in CASSY Lab 2, der zweite Teil ist ein in LabVIEW 2020 programmiertes Messgerät mit dem das Leistungsspektrum aufgenommen und ausgewertet wird.

Bei der Kombination aus Kalibrierungsvorlage, Messgerät und Gebrauchsanleitung soll es sich nicht um ein ausgearbeitetes Programm handeln nach dessen Nutzung ein neuer Inhalt von den Schülern erschlossen wurde. Die Gebrauchsanleitung ist dabei eine Schritt für Schritt Anleitung der die Schüler folgen sollen, jedoch steht an deren Ende nur die erfolgreiche Durchführung einer Messung mit Generierung einer Ausgleichsgerade. Es gibt keine Hilfestellung zum planmäßigen Vorgehen und es gibt auch keine Messvorgaben oder Zielstellung die zu einem besonderen, oder Zielergebnis führen. Ziel ist es den Schülern ein Werkzeug zu geben mit dem sie die Leistungsspektren, die Reynoldszahl und den Turbulenzgrad von Strömungen messen und darstellen können. Entsprechend lässt sich die Kombination aus Soft- und Hardware als Arbeitsmittel nach dem Arbeitsmittelkonzept einordnen (Witt, et al., 2013 S. 77-79).

In der aktuellen Form eignet sich dieses Arbeitsmittel besonders zum Einsatz nach dem Konzept des forschenden Lernens. Dabei ist das forschende Lernen ein Kreisprozess, in dem die Schüler Hypothesen aufstellen, diese, hier in Form eines Experiments, prüfen und mit den so erhaltenen Ergebnissen neue Hypothesen aufstellen oder die alten Hypothesen anpassen. (Witt, et al., 2013 S. 150f). Dies stellt jedoch ein hohes Anforderungsniveau an die Schüler. Entsprechend ist dies eher für Schüler höherer Jahrgansstufen geeignet die schon Erfahrungen mit dem Experimentieren gesammelt haben und damit eine gewisse experimentelle Kompetenz mitbringen. Für das Verständnis der Messungen sollten den Schülern zumindest die

physikalischen Begriffe der Energie, der Leistung, der Kraft und des Drucks bekannt sein. Den Fachlehrplänen des LehrplanPLUS für die Realschule ist zu entnehmen, dass dies für Schüler der 9. Klasse, oder einer höheren Klasse, unabhängig von ihrer Wahlpflichtfächergruppe gegeben sein sollte. Dabei ist zu beachten, dass der Druck nur als Zustandsgröße und das auch erst im Verlauf der 9. Klasse eingeführt wird (ISB).

Die Software besteht aus zwei Teilen. Einer Vorlage zum Kalibrieren des Hitzdrahtanemometers, in welcher auch der Reynoldszahl einer Strömung bestimmt werden kann, und ein in LabVIEW 2020 programmiertes Messgerät, mit dem der Turbulenzgrad und das Leistungsspektrum einer Strömung bestimmt werden kann. Die Wahl CASSY Lab 2 für die Kalibrierung und LabVIEW 2020 für das Messgerät zu verwenden erfolgte rein aus praktischen Überlegungen.

Die Wahl für die Messung des Turbulenzgrads und Aufnahme des Leistungsspektrum viel auf LabVIEW da für eine sinnvolle Bestimmung dieser ein Messgerät mit hoher zeitlicher Auflösung benötigt wird. Ansonsten verschwinden die auf kleinen Zeitfenstern erfolgenden Geschwindigkeitsschwankungen, die von den Wirbeln verursacht werden, in der Messung und der Turbulenzgrad beschreibt grade diese und für das Leistungsspektrum sind grade die kleinen Wirbel interessant. In der Sammlung der Physik Didaktik ist das einzige Messgerät, welches dem genügt das Hitzdrahtanemometer in Verbindung mit dem NI USB-6221 Multifunktionsgeräts. Das Multifunktionsgerät verfügt dabei bereits über LabVIEW Integration. Und während für den Turbulenzgrad viele Messwerte die Güte des bestimmten Wertes verbessen, sind für das Leistungsspektrum hunderte Messwerte für ein nutzbares Ergebnis zwingend notwendig. Entsprechend musste auch bedacht werden, wie so viele Messwerte ausgewertet werden können. Da LabVIEW dazu in der Lage ist die Messwerte aufzunehmen, die Rechenoperationen für die Bestimmung des Turbulenzgrads so wie die Fouriertransformation für das Leistungsspektrum durchführen und die Resultate dann auch noch darstellen kann war es die natürliche Wahl. Die Wahl der 2020 Version ergab sich daraus, dass diese die mir von meinem Betreuer zur Verfügung gestellte Version war.

Die Wahl das Hitzdrahanemometer über CASSY Lab 2 zu kalibrieren ist ebenfalls durch praktische Umstände zu begründen. Die von Nicolas Betzel verwendete Methode das Anemometer über den Frequenzgenerators des Windkanals zu kalibrieren ist praktisch nicht mehr möglich da dessen Anzeige defekt ist. Als alternative Methoden das Hitzdrahtanemometer zu kalibrieren, standen noch ein tragbares Anemometer zur Verfügung, mit dem direkt die Geschwindigkeit der Strömung gemessen werden kann, so wie die Messung der Geschwindigkeit über den dynamischen Druck mittels eines Prandtl Rohrs welches teil des

Messwerterfassungssystems CASSY von Leybold ist. Da für LabVIEW eh ein Rechner benötigt wird und in CASSY Lab 2 die Messwertaufnahme und Kalibrierung kombiniert werden können, so wie zusätzlich als Teil desselben Aufbaus die Reynoldszahl der Strömung gemessen werden kann fiel die Wahl auf CASSY.

Für die Gestaltung des in LabVIEW 2020 programmierten Messgeräts wurden einige Designentscheidungen getroffen, welche den Schülern den Umgang mit diesem erleichtern sollen. Dabei war zu berücksichtigen, dass das Programmieren in LabVIEW nicht direkt über Code, sondern vorgefertigte Blöcke erfolgt, welche oft an den eigenen Bedarf angepasst werden können. In Abb. 9 ist das Messgerät mit einer aufgenommenen Messung zu sehen.

Die Interaktionsflächen für die Schüler wurden am linken Rand übereinander angeordnet. Das Design soll dabei dem von realen Messgeräten wie sie auch im Physikunterricht verwendet werden können nachempfunden sein. Dadurch soll von diesen ein Gefühl von Vertrautheit, aber auch von Seriosität geborgt werden. So werden wie bei physischen Messgeräten Knöpfe verwendet um verschiedene Tätigkeiten wie das Mitteln der Messwerte oder das Einzeichnen der Ausgleichgerade zu starten oder zu beenden. Die Knöpfe wechseln bei ihrer Betätigung in einen dunkleren Farbton, was das Reingedrücksein des Knopfs simulieren soll und ein grünes Dreieck wechselt in einen helleren Farbton, was ein Lämpchen simulieren soll, welches nochmal zusätzlich kennzeichnet, dass der Knopf gedrückt ist. Die Zustände des Gedrücktseins wurden dabei so gewählt, das nach einer vollständig durchgeführten Messung alle Knöpfe gedrückt sind.

Der Großteil der Benutzeroberfläche ist dabei in Weis gehalten, was entsprechend gängigen Assoziationen mit dieser Farbe ein Gefühl von Klarheit und Sterilität geben soll (Schellmann, et al., 2017 S. 220f). Ansonsten werden noch die Farbe Blau für Bedienfelder in die Zahlwerte eingetragen werden müssen und Orange für Knöpfe verwendet. Die Wahl viel auf Orange und Blau welche aufgrund ihrer Position im Farbkreis einen Komplementär-Kontrast, dadurch lassen sich diese Bedienelemente nicht nur in Form, sondern auch Farbe sehr deutlich voneinander unterscheiden (Schellmann, et al., 2017 S. 222). Darüber hinaus diese Farben eine kräftige Harmonie was das Betrachten der Oberfläche, mit dem sonst sehr sterilen Hintergrund, angenehm machen soll (Schellmann, et al., 2017 S. 224). Von einer Verwendung der Farbe Rot wurde trotz ihres guten Kontrasts explizit abgesehen, da diese, vor allem im Schulischen Kontext, oft damit assoziiert wird das etwas falsch ist oder nicht richtig funktioniert.

Für das Leistungsspektrum wurde ebenfalls Blau als Farbe gewählt. Dies kann zum einen wieder über die gängige Assoziation von ruhe und Seriosität mit der Farbe Blau erklärt werden (Schellmann, et al., 2017 S. 221). Zum anderen steht es in enger Verbindung zu den blauen

Feldern in der Benutzeroberfläche. Die drei Felder in der Kalibrierung dienen als Grundlage um die für es verwendeten Messwerte zu bestimmen und die Bedienfelder in der Ausgleichsgerade enthalten die Parameter einer Gerade die das Spektrum zumindest in einem Intervall näheren soll.

Die grauen Felder für die Durchlauf Nummer und den Turbulenzgrad in % wurden aus zweierlei Gründen in Grau gehalten. Zum einen sollen nach der Farbassoziation der Langeweile und Neutralität das Anklicken dieser Felder entmutig werden (Schellmann, et al., 2017 S. 221). Zum anderen enthalten diese Felder dennoch sinnvolle Information und sollen sich entsprechend vom weißen Hintergrund hervorheben.

Die Ausgleichsgerade soll mit ihrer Farbwahl an das mit einem Bleistift einzeichnen erinnern. Grundsätzlich hätte sich ansonsten vom Kontrast her noch Rot und Orange für diese angeboten. Aber Orange wurde vermieden, um eine Assoziation mit den Knöpfen zu vermeiden und warum Rot generell vermieden wurde, wurde bereits angesprochen.

Ganz das Gegenteil ist der Fall bei den Fortgeschrittenen Einstellungen. Um die Einsatzmöglichkeiten des Messgeräts flexibler zu halten ist es sinnvoll die Messwertaufnahme direkt über die Benutzeroberfläche Regeln zu können. Und durch das Experimentieren mit diesen Einstellungen können Schüler auch durchaus interessante Informationen zu dem Experiment erfahren. Wie zum Beispiel die Relevanz des zeitlichen Auflösungsvermögens des Hitzdrahtanemometers für die Funktionsfähigkeit des Experiments. Aber durch leichtfertiges Bedienen dieser Felder kann die Erfahrung der Schüler schnell ruiniert werden. Entsprechend sollen diese Felder unauffällig und versteckt sein. Deswegen sind diese in weiß gehalten und, was in der Abbildung nicht ersichtlich ist, sie sind beim Öffnen außerhalb des auf den Bildschirm sichtbaren Bereich des Messgerätes. Zumindest in der Auflösung des zum Programmieren und Messen verwendeten Laptops. Die Fortgeschrittenen Einstellungen auf diese Art zu verstecken hat nebenbei den Vorteil den verfügbaren Platz für die anderen Bedienelemente und den Graphen zu maximieren.

Die Gliederung der Benutzerfläche in Kachel ist damit begründet, dass diese das Messgerät in Sinnesabschnitte einteilt. So bilden beispielsweise der Knopf und die beiden Bedienfelder die zum Generieren der Ausgleichsgerade notwendig sind eine Sinneinheit und sind entsprechend auf einer Kachel. Die einzelnen Kacheln kommen dabei mit zusätzlichem Text, der erklärt was auf dieser zu sehen ist und damit welche Funktion sie haben. Diese Sinneinheit nutzt zu ihrer Umsetzung in der Darstellung das Gesetz der Nähe (Schellmann, et al., 2017 S. 196).

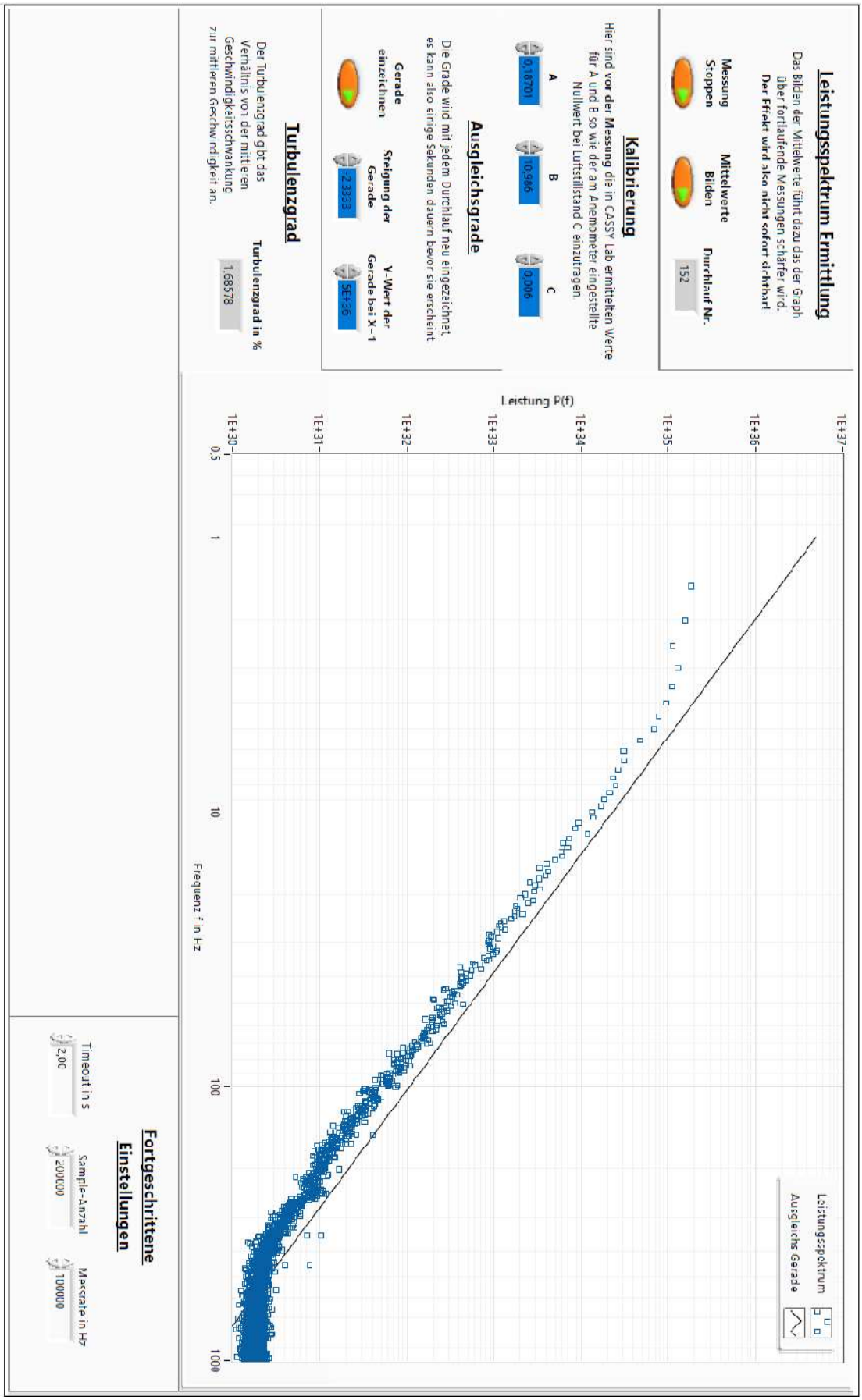


Abb. 9 Aufnahme des Frontpanels einer Spektralanalyse im programmierten Messgerät

Die anderen Sinneinheiten sind dabei die Leistungsspektrum Ermittlung, welche die Art der Messwertaufnahme für das Leistungsspektrum kontrolliert. Die drei zur Kalibrierung und damit Messung notwendigen Parameter und als letztes der Turbulenzgrad als ein dazu außenstehendes Element. Die beiden Felder deren Bedienung am wichtigsten ist sind, um den Fokus der Schüler auf sie zu lenken in der Mitte gehalten.

Für die Graphische Darstellung wurden die Achsen des Koordinatensystems bereits logarithmiert, um den Schülern diesen je nach Jahrgangsstufe doch exotischen Schritt zu ersparen. Weiter wurden die Achsen so skaliert, dass unter Verwendung der voreingestellten Frequenz und Messwertzahl der relevante Teil des Trägheitsbereichs und Dissipationsbereich für die meisten möglichen Messungen gut sichtbar sein sollte und das Plateau aus Rauschen am Ende möglichst unterschlagen wird. Die Frequenz der Messung geht dabei auf die Anforderung des physikalischen Sachverhalts an das zeitliche Auflösungsvermögen der Messung zurück. Die Messwertanzahl wurde so groß gewählt, dass sich die Messwertwolke in der punktweisen Darstellung zu einem zusammenhängenden Graphen ergibt und dabei so klein gehalten, dass eine einzelne Messung in wenigen Sekunden erfolgen kann. Letzteres war ein Ziel um die Messung „kurz und knackig zu halten“ und so die Aufmerksamkeitsspanne der Schüler nicht zu überstrapazieren. Außerdem können so in derselben Zeit mehr einzelne Untersuchungen durchgeführt werden.

Zum Einzeichnen der Ausgleichsgerade gab es grundsätzlich drei verschiedene Möglichkeiten. Zum einen könnte LabVIEW genutzt werden, um eine lineare Regression durchzuführen. Das wurde jedoch nicht gemacht, da es mit der Intervallwahl für mich technisch schwer umzusetzen war, die Intervall Wahl für Schüler aufgrund des Logarithmierens der Achsen schwierig ist und den Schülern die Möglichkeit einer realistischen Eigenleistung nimmt. Alternativ kann mittels grafischer Designelemente ein Strich auf der Bedienoberfläche platziert werden. Dies fühlte sich für mich in der praktischen Ausführung aber unbefriedigend an. Die Klicks sind nicht intuitiv und das Ergebnis war auch nicht zufriedenstellend. Stattdessen wird mit jedem Messdurchlauf aus einem festgelegten Startwert und einer festgelten Steigung eine Gerade generiert. Diese ist dabei keine Gerade, sondern eine hinreichend lange Strecke beziehungsweise wenn der wahre Funktionszusammenhang betrachtet, wird Graph einer Potenzfunktion auf einem hinreichend großen Intervall. In dieser Umsetzung müssen die Schüler für das generieren der Gerade noch immer eine Eigenleistung, in Form des Schätzens der Steigung und des Anfangswertes, erbringen. Sie nutzen aber auch die Vorteile der Computerbasierten Auswertung in dem sie ihre geschätzte Funktion schnell praktisch prüfen. Dieses Vorgehen ist jedoch auch mit ein paar Nachteilen verbunden. So kann das Generieren

der Gerade etwas länger dauern, besonders wenn der Rechner mit den Datenmengen der Messung eh schon an seine Grenzen stößt. Außerdem ist diese Methode stark an das Messintervall gebunden und kann somit nicht zwingend für alle mit dem Messgerät technisch möglichen Messungen angewandt werden.

In CASSY Lab 2 hingegen waren die Möglichkeiten eigene Designentscheidungen zu treffen, von dem festen Layout von Seiten der Software her, sehr limitiert. Um die Aufnahme der Messwerte zu erleichtern sind Reynoldszahl, Spannung und Geschwindigkeit als Live-Anzeigen offen. Dadurch können gezielt Intervalle für die Aufnahme der Messwertpaare aus Spannung und Geschwindigkeit leichter gewählt und umgesetzt werden. Die Reynoldszahl wird angezeigt damit ein Schüler nicht nach der Kalibrierung die Live-Anzeige für diese suchen muss. Weiter wurden für die Kalibrierung nicht notwendige Größen aus dem Plot entfernt und im Koordinatensystem wird nur das Quadrat der Spannung über die Geschwindigkeit aufgetragen. Durch letzteres muss in der Potenzfunktion anhand welcher die Kalibrierung erfolgt keine Wurzel verwendet werden und sie so in einer vereinfachten Form ist. Die Form der Ausgleichfunktion wird dabei in der Anleitung vorgegeben, da Behandlung von Funktionen der Form von Gleichung (4.4) im LehrplanPLUS für die Realschule nicht vorgesehen sind (ISB). Entsprechend kann nicht erwartet werden, dass der korrekte funktionale Zusammenhang gefunden wird, was diese Hilfestellung nötig macht.

Aufgrund der Limitierungen für eigenes Design in CASSY Lab 2 verbleiben aber für mich zwei große Störfaktoren. Die Aufnahme der Randdaten Umgebungsdruck, Temperatur und Luftfeuchtigkeit ist unnötig unintuitiv und sollte gerade für Schüler, die noch nie mit CASSY gearbeitet haben, am besten von einem Betreuer im Vorfeld übernommen werden. Dass der Wert für den dynamischen Druck beim Messen der Reynoldszahl oft aber nicht immer invertiert werden muss, ist auch äußerst unpraktisch. Besonders weil die Notwendigkeit dessen für die Schüler nicht zwingend ersichtlich ist und vom Programm selbst auch kein entsprechender Hinweis kommt. Ebenfalls muss das Invertieren über die nicht sehr intuitiv zugänglichen Sensoreinstellungen erfolgen. Die Oberfläche die Schüler beim Öffnen der Kalibriervorlage vor sich haben ist in Abb. 10 zu sehen.

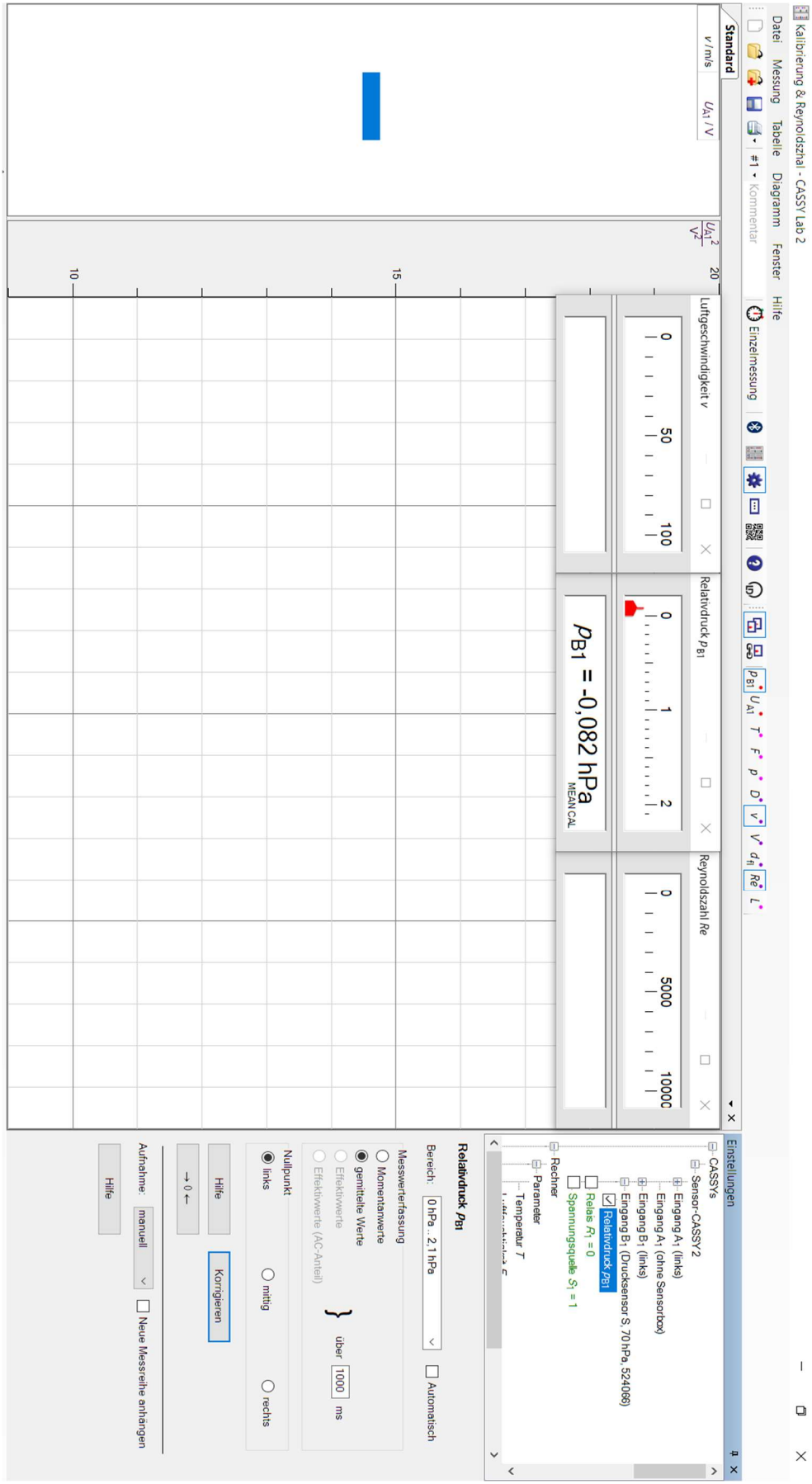


Abb. 10 Hitzdrahtanemometer Kalibriervorlage in CASSY Lab 2

4 Literaturverzeichnis

Banwell, Colin N. und MacCash, Elaine M. 1999. ***Molekülspektroskopie : ein Grundkurs.*** **München [u.a.] : Oldenbourg, 1999. 3486245074.**

Betzel, Nicolas. **Physik und ihre Didaktik: Abgeschlossene Arbeiten. [Online] [Zitat vom: 23. 09 2023.] https://www.physik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/11010700/_imported/fileadmin/11010700/Didaktik/Zulassungsarbeiten/Zula_Endfassung.pdf.**

Böckh, Peter und Stripf, Matthias. 2015. ***Technische Thermodynamik : Ein beispielorientiertes Einführungsbuch 2. Ausgabe.*** **Berlin, Heidelberg : Springer, 2015. 9783662468906.**

Durst, Franz. 2006. ***Grundlagen der Strömungsmechanik : eine Einführung in die Theorie der Strömungen von Fluiden.*** **Berlin [u.a.] : Springer, 2006. 9783540313236.**

Feierabend, Sabine, et al. 2022. **JIM 2022 Jugend, Information, Medien Basisuntersuchung zum Medienumgang 12-bis 19-Jähriger. 2022.**

Ingenieure, Verein Deutscher und Chemieingenieurwesen, VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und. 2006. ***VDI-Wärmeatlas 10. Auflage.*** **Berlin [u.a.] : Springer, 2006. 9783540255048.**

ISB, Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung. **LehrplanPLUS - Gymnasium - Fachlehrpläne. [Online] [Zitat vom: 23. 09 23.] https://www.lehrplanplus.bayern.de/schulart/gymnasium/inhalt/fachlehrplaene.**

—. **LehrplanPlus - Realschule - Fachlehrpläne. [Online] [Zitat vom: 23. 09 2023.] https://www.lehrplanplus.bayern.de/schulart/realschule/inhalt/fachlehrplaene.**

—. **LehrplanPLUS - Realschule - Physik - Fachprofile. [Online] [Zitat vom: 23. 09 2023.] https://www.lehrplanplus.bayern.de/fachprofil/realschule/physik.**

Lachmann, Uwe. **Physik und ihre Didaktik: Abgeschlossene Arbeiten. [Online] [Zitat vom: 23. 09 2023.] https://www.physik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/11010700/_imported/fileadmin/11010700/Didaktik/Zulassungsarbeiten/Windkanal_-_Lachmann_-_ohne_Leerseiten.pdf.**

Meschede, Dieter. 2015. ***Gerthsen Physik 25. Auflage.*** **Berlin [u.a.] : Springer Spektrum, 2015. 9783662459768.**

Oertel, Herbert jr., Böhle, Martin und Reviol, Thomas. 2015. ***Strömungsmechanik : für Ingenieure und Naturwissenschaftler.*** **Wiesbaden : Springer Fachmedien, 2015. 9783658077860.**

Oertel, Herbert, jr., Böhle, Martin und Reviol, Thomas. 2011. ***Strömungsmechanik : Grundlagen, Grundgleichungen, Lösungsmethoden, Softwarebeispiele 6. Auflage.*** **Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2011. 9783834813978.**

Pope, Stephen B. 2003. ***Turbulent Flows.*** **Cambridge [u.a.] : Cambridge University Press, 2003. 0521591252.**

Schellmann, Bernhard, et al. 2017. ***Handbuch Medien : Medien verstehen - gestalten - produzieren 7. Auflage.*** **Haan-Gruiten : Verlag Europa-Lehrmittel Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 2017. 9783808535271.**

Sigloch, Herbert. 2022. ***Technische Fluidmechanik 11. Auflage.*** **Berlin : Springer Vieweg, 2022. 9783662646298.**

Wetterdienst, Deutscher. **Wetter und Klima - Deutscher Wetterdienst - Würzburg. [Online] [Zitat vom: 05. 06 2023.] https://www.dwd.de/DE/wetter/wetterundklima_vorort/bayern/wuerzburg/_node.html.**

Witt, Claudia und Czerwionka, Thomas. 2013. ***Mediendidaktik 2. Auflage.*** **Bielefeld : Bertelsmann, 2013. 9783763953165.**

A Erklärung nach §29 LPO-I

Ich versichere an Eides statt durch meine Unterschrift, dass ich die vorstehende Arbeit Selbständige und ohne fremde Hilfe angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich, annähernd wörtlich oder dem Sinn nach aus Veröffentlichungen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Des Weiteren erkläre ich, dass ich mich keiner anderen als der angegebenen Literatur oder sonstiger Hilfsmittel bedient habe. Diese Versicherung gilt auch für Abbildungen, Tabellen und ähnliches.

Die vorliegende Arbeit wurde in dieser oder ähnlicher Form an keiner weiteren Prüfungsstelle eingereicht.

Würzburg, den ....

Hinweis: Die Unterschrift ist eigenhändig mit Tinte oder einem dokumentenechten Stift / Kugelschreiber in blauer Farbe vorzunehmen.

B Anhang

B.1 Anleitung zur Aufnahme eines Leistungsspektrums mittels des Hitzdrahtanemometers im Schülerwindkanal

Anleitung zur Aufnahme eines Leistungsspektrums mittels des Hitzdrahanemometers im Schülerwindkanal

Schritt 1: Nullabgleich des Anemometers

Bevor mit der Kalibrierung des Anemometers begonnen werden kann, muss dieses erstmal vorgeheizt werden und ein Nullabgleich für den Ruhezustand gemacht werden. Dazu wird:

Experiment Aufbau:

1. das Anemometer an einer Steckdose angeschlossen
2. die Hitzdrahtsonde wird an den oberen beiden Anschlüssen angeschlossen
3. ein Voltmeter wird an den unteren beiden Anschlüssen angeschlossen.
4. das Anemometer wird mit dem Schalter an seiner Rückseite eingeschaltet (Lämpchen an der Vorderseite leuchtet Grün)

Wichtig: Die Sondenspitze verbleibt während des Vorgangs in ihrem Aufbewahrungsbehältnis!

Die gemessene Spannung sollte sich mit der Zeit, durch das Erwärmen des Drahtes, verändern. Ist die gemessene Spannung stabil kann diese mittels des Drehreglers an der Vorderseite angepasst werden. Ziel ist es die gemessene Spannung möglichst auf 0V zu regulieren.

Wichtig: Das Stabilisieren der Spannung kann einige Minuten dauern und nach dem ersten Nullabgleich kann diese nochmal nachschwanken!

Schritt 2: Kalibrierung des Anemometers

Das Hitzdrahtanemometer wird mittels der Kalibriervorlage in CASSY Lab 2 kalibriert. Hierzu wird neben dem Hitzdrahtanemometer ein Sensor-CASSY 2 sowie die zugehörige Prandtl Sonde benötigt.

Experiment Umbau:

1. das Hitzdrahtanemometer wird vom Voltmeter getrennt
2. das Hitzdrahtanemometer wird mit den unteren beiden Anschlüssen am Eingang A des Sensor-CASSY 2 angeschlossen
3. der Prandtl Sensor wird am Eingang B des Sensor-CASSY 2 angeschlossen
4. der Sensor-CASSY 2 wird an einer Steckdose und einem Rechner angeschlossen
5. die Kalibriervorlage wird in CASSY Lab 2 geöffnet

Wichtig: Da eine Gleichspannung gemessen wird kann der gemessene Wert für die Spannung negativ sein. In diesem Fall sind die Anschlüsse an Eingang A zu vertauschen.

Im Einstellungen Fenster wird für die beiden angeschlossenen Sensoren ein Nullabgleich gemacht. Hierfür werden die folgenden Reiter durch ein Klicken auf das „+" geöffnet.

1. CASSYs → Sensor-CASSY 2 → Eingang A_1 → Spannung U_{A1}
2. CASSYs → Sensor-CASSY 2 → Eingang B_1(Drucksensor) → Relativdruck p_{B1}

Der Nullabgleich erfolgt durch das Klicken auf „→ 0 ← " Symbol im jeweiligen Sensor.

Hinweis: Ist am rechten Rand kein Einstellungen Fenster offen so kann dieses über die obere Leiste Fenster → Einstellungen anzeigen geöffnet werden.

Anschließend müssen noch die Parameter der aktuellen Raumtemperatur, relativen Luftfeuchtigkeit und Umgebungsdruck eingetragen werden. Dazu werden diese wie beim Nullabgleich der Sensoren im Einstellungen Fenster geöffnet.

1. CASSYs → Rechner → Parameter → Temperatur T
2. CASSYs → Rechner → Parameter → Luftfeuchtigkeit F
3. CASSYs → Rechner → Parameter → Luftdruck – Umgebung p

Die Raumtemperatur wird in „Temperatur T", die relative Luftfeuchtigkeit in „Luftfeuchtigkeit F" und der Umgebungsdruck in „Luftdruck – Umgebung p" in das weiße Feld neben „Wert" eingetragen.

Wichtig: Es ist darauf zu achten das die eingetragenen Größen in der neben dem verwendeten Feld stehenden Einheit eingetragen werden!

Die beiden Sensoren werden nahe beieinander in der Messstrecke des Windkanals an einem Gestell befestig und die Abdeckung wird von der Hitzdrahtsonde entfernt. Dabei sollen der Hitzdraht und die Spitze des Prandtl Rohrs nahe beieinander sein. Für die Aufnahme der Messwerte wird dann:

1. der Frequenzgenerator des Windkanals eingeschaltet
2. mittels des Drehreglers des Frequenzgenerators eine Strömungsgeschwindigkeit eingestellt
3. durch Klicken auf „Einzelmessung" in CASSY ein Messwertepaar aufgenommen
4. Schritt (2) und (3) werden wiederholt

Die momentanen Werte für den Relativdruck und die Luftgeschwindigkeit v können dabei in den entsprechenden Fenstern rechts neben dem Einstellungen Fenster eingesehen werden. Diese können genutzt werden, um sinnvolle Wertepaare für die Messreihe zu finden.

Ist die Messreihe aufgenommen müssen nur noch die Parameter A und B für die Kalibrierung aus dieser bestimmt werden. Hierzu wird wie folgt vorgegangen:

1. drücke zeitglichen die Tasten „Alt" und „F" auf der Tastatur
2. die Funktion f(x,A,B,C,D) nach der eine Anpassung gefunden werden soll lautet f(x,A,B,C,D)=B*x^A
3. diese Funktion wird in das Feld für f(x,A,B,C,D) eingegeben
4. klicke auf „Weiter mit Bereich markieren"
5. fahre mit geklickter linker Maustaste über die Werte im Koordinatensystem
6. die zur Kalibrierung verwendeten Messpunkte färben sich blau
7. bestätige mit „Enter"
8. der Funktionsgraph der Anpassung wird eingezeichnet, die Parameter A und B können in der unteren linken Ecke abgelesen werden (unter der Tabelle mit den Messwerten)

Die Werte für A und B so wie die beim ersten Nullabgleich verbleibende Restspannung C werden im Messgerät in LabVIEW dann im Bereich Kalibrierung eingetragen.

Anleitung zur Aufnahme eines Leistungsspektrums mittels des Hitzdrahanemometers im Schülerwindkanal

Schritt 3: Spektralanalyse in LabVIEW

Die Parameter zur Kalibrierung des Hitzdrahtanemometers wurden in Schritt 2 bestimmt und damit werden CASSY und das Prandtl Rohr nicht länger benötigt. Die Spektralanalyse erfolgt ausschließlich über das an die NI USB-6221 Messbox angeschlossene Hitzdrahtanemometer.

Experiment Umbau:

1. das Hitzdrahanemometer wird vom Sensor-CASSY 2 getrennt
2. der Sensor-CASSY 2 und dar Prandtl Sensor werden abgebaut und beiseitegestellt
3. die unteren beiden Anschlüsse des Hitzdrahtanemometers werden am analogen Eingang AI4 der NI USB-6221 mittels eines Adapters angeschlossen
4. die NI USB-6221 wird an einem Netzgerät und dem Rechner angeschlossen
5. die NI USB-6221 wird eingeschaltet, indem das Netzgerät aufgedreht wird, bis das grüne Lämpchen an der NI USB-6221 zu leuchten beginnt
6. die Meldung, dass der Computer die NI USB-6221 erkannt hat wird geschlossen
7. die Datei VI Spektralanalyse wird mit LabVIEW geöffnet

Damit mit dem Hitzdrahtanemometer gemessen werden kann, muss die Kalibrierung aber noch abgeschlossen werden. Die in Schritt 1 und 2 ermittelten Werte für die Kalibrierung müssen in die entsprechenden blauen Felder auf der Kalibrierung Kachel eingetragen werden.

Wichtig: Die Einheit ist nicht anzugeben aber die Werte müssen in der korrekten Einheit sein. Bei korrekter Durchführung von Schritt 1 und 2 sollte dies zutreffen. Zur Kontrolle gilt für die Einheit von A, B und C: A ist dimensionslos (eine Zahl), B in V^2 und C in V.

Hinweis: Zur zusätzlichen Kontrolle der Werte ist die Größenordnung von A, B und C erfahrungsgemäß: A~10^{-1} , B~10^{1} und C~10^{-3}

Das digitale Messgerät wird durch Klicken auf den weißen Pfeil (Messung starten) unter Edit gestartet. In der Grundeinstellung sind keine Knöpfe gedrückt (grüne Dreiecke am rechten Knopfrand sind dunkel) nimmt es alle 2 Sekunden eine neue Messreihe auf. Dieser Modus eignet sich für erste Abschätzungen z.B., wenn die Position von zu untersuchendem Objekt und Hitzdrahtsonde noch nicht feststehen.

Hinweis: Je nach verwendetem Rechner kann die Verarbeitung der aufgenommenen Werte und damit der Durchlauf einer Messung länger als 2 Sekunden dauern.

Ist ein fester Aufbau für die Messung gefunden und die Hitzdrahtsonde in einem Gestell befestigt kann die Auflösung der Messung durch klicken des „Mittelwerte Bilden" verbessert werden. Ist dieser Knopf gedrückt werden die Werte der vorherigen Messung mit denen der aktuellen Messung gemittelt. Dadurch wird das Rauschen in der Messung verringert und der breite Schlauch aus Messwerten wird mit jedem Durchlauf mehr und mehr zu einer Linie.

Wichtig: Wird der Versuchsaufbau verändert (z.B. Änderung der Sondenposition) darf der Knopf „Mittelwerte Bilden" für die erste Messung im neuen Aufbau nicht gedrückt sein, da ansonsten die Messung verfälscht wird.

Ist das Leistungsspektrum ausreichend scharf kann es durch klicken auf den Knopf „Messung Stoppen“ zu dem weiteren Untersuchen eingefroren werden. Solange der Knopf gedrückt ist, ändert sich das angezeigte Leistungsspektrum nicht mehr.

Wichtig: Die Messung läuft im Hintergrund trotzdem weiter und das Resultat dieser wird bei erneuten Klicken auf den Knopf „Messung Stoppen“ angezeigt.

Viele turbulente Strömungen haben einen Bereich, der sich mit einer Gerade beschreiben lässt. Durch Klicken auf den Knopf „Gerade einzeichnen“ wird eine Gerade aus den in den blauen Feldern „Steigung der Gerade“ und „Y-Wert der Gerade bei X=1“ generiert. Diese Gerade wird mit jedem Durchlauf (alle paar Sekunden) neu generiert, es können also verschiedene Parameter für die Gerade durchprobiert werden.

Wichtig: Da die Parameter für die Gerade während ihrer Generierung geändert werden können kann es sein, dass sich diese nach dem ersten Durchlauf komisch aussieht oder sich im nächsten Durchlauf nochmal ändert.

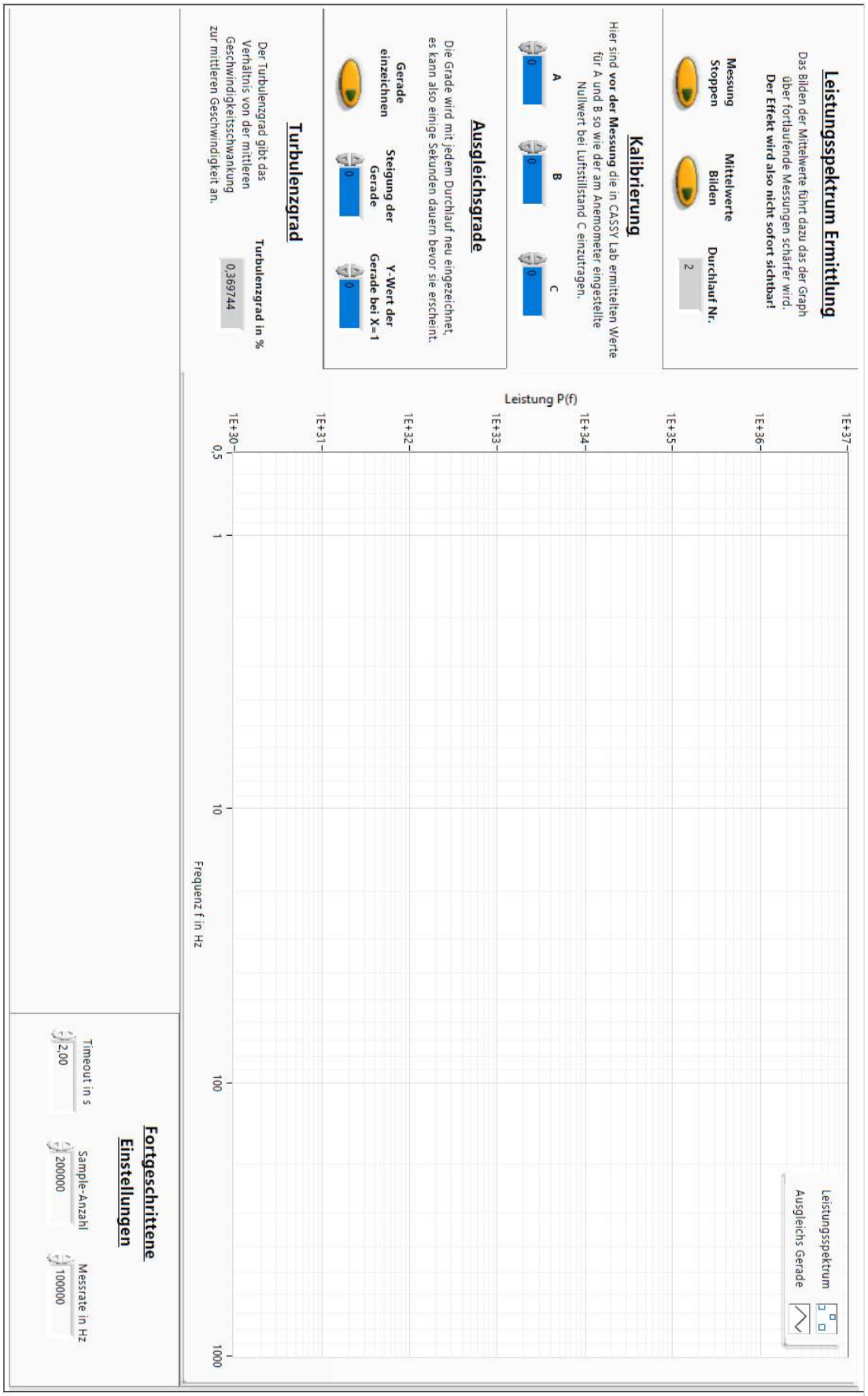
Hinweis: Aufgrund der logarithmierten Achsen ist die Funktion der Gerade nicht wie gewohnt der Form, $y = A \cdot x + B$ sondern $y = B \cdot x^A$. Das gewohnte Ablesen des y-Achsenabschnitts und das Kästchenzählen für die Bestimmung der Steigung funktioniert trotzdem wie gewohnt.

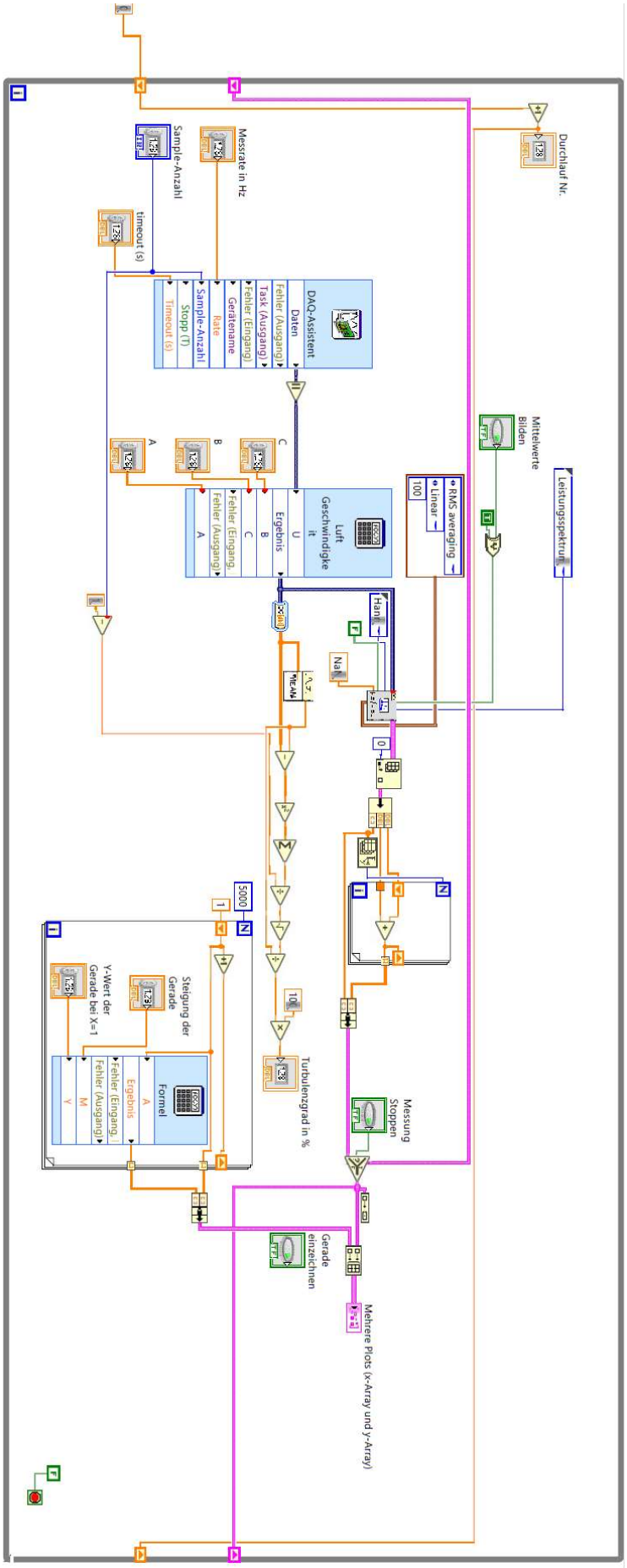
Fortgeschrittene Einstellungen

Bei dem Digitalen Messgerät für die Spektralanalyse können auch die Rahmenbedingungen für die Aufnahme der Messwerte verändert werden. Dies geht unter anderem in den Bereich „Fortgeschrittene Einstellungen“.

Wichtig: Eine Veränderung dieser kann im besten Fall zu Problemen mit der Skalierung des Koordinatensystems oder Auflösung des Spektrums führen, im schlimmsten Fall kann der gewünschte physikalische Zusammenhang nicht mehr betrachtet werden oder das Messgerät bricht die Messung ab. Dieser Bereich sollte nicht angeklickt werden, wenn dies nicht vorher mit dem Betreuer abgesprochen wurde!

B.2 Messgerät in LabVIEW 2020 mit Blockdiagramm




Durchlauf Nr.
Mittelwerte Bilden
Leistungsspektrum
RMS averaging
Linear
100
Messrate in Hz
Sample-Anzahl
timeout (s)
DAQ-Assistent
Daten
Fehler (Ausgang)
Task (Ausgang)
Fehler (Eingang)
Gerätename
Rate
Sample-Anzahl
Stopp (?)
Timeout (s)
C
B
A
Luft Geschwindigkeit
Ergebnis
U
Fehler (Eingang)
Fehler (Ausgang)
Hanning
Nan
0
5000
10
Turbulenzgrad in %
Messung Stoppen
Gerade einzeichnen
Mehrere Plots (x-Array und y-Array)
Steigung der Gerade
Y-Wert der Gerade bei X=1
Formel
Ergebnis
M
Y